

Jak to działa?

Punkty na wykresie są rozproszone, jednak wyraźnie układają się wzdłuż pewnej prostej. Równanie tej prostej można zapisać w postaci:

$$y = ax + b$$

gdzie **a** i **b** oznaczają współczynniki, których wartości nie są początkowo znane.

Wyznaczanie tych parametrów polega na takim dobraniu wartości **a** i **b**, aby zminimalizować sumę kwadratów różnic między rzeczywistymi wartościami **y** a wartościami obliczonymi na podstawie równania prostej dla danych wartości **x**. Różnice te są podnoszone do kwadratu, aby zapobiec wzajemnemu znoszeniu się odchyleń dodatnich i ujemnych.

Z tego powodu opisana procedura nosi nazwę **metody najmniejszych kwadratów**.

Ogólne wzory na współczynniki definiujące prostą:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

Sumy:

pomiar	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	$(y_i - b - ax_i)^2$
1	3,2	5,4	17,28	10,24	0,508132
2	5	14,6	73	25	0,162236
3	7,4	28,2	208,68	54,76	0,310187
4	9,2	38,6	355,12	84,64	0,223316
5	11,4	52,4	597,36	129,96	0,51762

$$\sum_{i=1}^n x_i = 36,2 \quad \sum_{i=1}^n x_i y_i = 1251,44 \quad \sum_{i=1}^n y_i = 139,2 \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = 304,6$$

$$a = \frac{5 \cdot 1251,44 - 36,2 \cdot 139,2}{5 \cdot 304,6 - 36,2 \cdot 36,2} = \frac{1218,16}{212,56} = 5,7309$$

$$b = \frac{139,2 \cdot 304,6 - 36,2 \cdot 1251,44}{5 \cdot 304,6 - 36,2 \cdot 36,2} = \frac{-2\,901,808}{212,56} = -13,6517$$

Średnia

$$\sum_{i=1}^n (y_i - b - ax_i)^2 = 1,72149$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - b - ax_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{5-2} 1,72149} = 0,7575$$

gdzie s jest średnim odchyleniem standardowym od prostej.
Niepewność pomiarowa $u(a)$:

$$u(a) = s \sqrt{\frac{n}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}}$$

$$u(a) = 0,7575 \sqrt{\frac{5}{212,56}} = \mathbf{0,1162}$$

Podsumowując

$$a = 5,7309 \quad u(a) = 0,1162$$

$$a = 5,7309 \pm 0,1162$$

Zaokrąglając wynik

$$\mathbf{a = 5,73 \pm 0,12}$$

Wartość współczynnika korelacji jest miarą korelacji między zmiennymi.
Jeśli wartość współczynnika $r \approx 1$ oznacza to, że wielkości są dobrze skorelowane.
Wartość współczynnika korelacji dana jest wzorem:

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2}}$$

$$r = \frac{5 \cdot 1251,44 - 36,2 \cdot 139,2}{14,58 \cdot 83,605} = \frac{1\,218,16}{1218,92} = 0,9994$$