Zadanie 10.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 6.1) analizuje ruch pod wpływem sił sprężystych (harmonicznych), podaje przykłady takiego ruchu, 6.3) oblicza okres drgań ciężarka na sprężynie i wahadła matematycznego.

Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe wyznaczenie czasu.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawne rozwiązanie
Energia kinetyczna uzyskuje wartość maksymalną podczas ruchu drgającego gdy ciało przechodzi przez położenie równowagi sił (wtedy jest zerowe wychylenie). Czas jaki upłynie w ruchu drgającym od maksymalnego do zerowego wychylenia, wynosi ćwierć okresu:

$$t = \frac{T}{4} = 0{,}625\ \text{s}$$

Zadanie 10.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 6.7) stosuje zasadę zachowania energii w ruchu drgającym, opisuje przemiany energii kinetycznej i potencjalnej w tym ruchu.

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
1 p. – zapisanie wzoru na maksymalną energię kinetyczną w ruchu drgającym z uwzględnieniem związku pomiędzy prędkością maksymalną i maksymalnym wychyleniem.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Maksymalną energię kinetyczną w ruchu drgającym wyznaczymy ze wzoru na energię kinetyczną i związku pomiędzy prędkością maksymalną w ruchu drgającym i maksymalnym wychyleniem:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v_{max}^2, \qquad v_{max} = x_{max} \cdot \frac{2\pi}{T}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m x_{max}^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Podstawiamy dane do obliczeń: $x_{max} = 6$ cm oraz $T = 2{,}5$ s.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2\ \text{kg} \cdot 0{,}06^2\ \text{m}^2 \cdot \frac{4 \cdot 3{,}14^2}{2{,}5^2\ \text{s}^2} = 2{,}27 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

Zadanie 10.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona, 6.1) analizuje ruch pod wpływem sił sprężystych (harmonicznych) […].

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 p. – zapisanie wzoru (sposób 1) na maksymalną siłę wypadkową: $F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g$ oraz poprawne obliczenie maksymalnego przyspieszenia lub maksymalnej siły wypadkowej ze wzoru $F_{w\,max} = ma_{max}$
lub
– zapisanie wzoru (sposób 2) na maksymalną wartość siły sprężystości w postaci: $F_{s\,max} = k(x_0 + x_{max})$ łącznie z uwzględnieniem warunku równowagi sił: $kx_0 = mg$ oraz prawidłowe obliczenie *k*.

1 p. – zapisanie wzoru (sposób 1) na wartość maks. siły wypadkowej: $F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g$ łącznie z uwzględnieniem związku pomiędzy maksymalnym przyspieszeniem i maksymalnym wychyleniem
lub
– zapisanie wzoru (sposób 2) na maksymalną wartość siły sprężystości w postaci: $F_{s\,max} = k(x_0 + x_{max})$ łącznie z uwzględnieniem warunku równowagi sił: $kx_0 = mg$.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1

Drganie ciężarka odbywa się pod wpływem siły wypadkowej (z siły sprężystości oraz siły grawitacji):

$$\vec{F}_w = \vec{F}_s + \vec{F}_g$$

Siła sprężystości osiąga wartość maksymalną przy najniższym wychyleniu ciężarka (sprężyna jest wtedy najbardziej rozciągnięta). W tej sytuacji także siła wypadkowa osiąga wartość największą, ponieważ to położenie jest również maksymalnym wychyleniem z położenia równowagi sił. Wartości sił w takim położeniu ciężarka wiąże relacja:

$$F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g \quad \rightarrow \quad F_{s\,max} = F_{w\,max} + F_g$$

Maksymalną wartość siły wypadkowej możemy wyznaczyć z drugiej zasady dynamiki i związku pomiędzy maksymalnym przyspieszeniem w ruchu drgającym i maksymalnym wychyleniem:

$$F_{w\,max} = ma_{max}, \;\; a_{max} = x_{max} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \rightarrow \;\; F_{w\,max} = mx_{max} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Podstawiamy dane do obliczeń: $x_{max} = 6$ cm oraz $T = 2{,}5$ s.

$$F_{w\,max} = 0{,}2\ \text{kg} \cdot 0{,}06\ \text{m} \cdot \frac{4 \cdot 3{,}14^2}{2{,}5^2\ \text{s}^2} = 7{,}57 \cdot 10^{-2}\ \text{N}$$

Na koniec obliczamy wartość maksymalnej siły sprężystości

$$F_{s\,max} = F_{w\,max} + mg \quad \rightarrow \quad F_{s\,max} = 7{,}57 \cdot 10^{-2}\ \text{N} + 1{,}96\ \text{N} \approx 2{,}04\ \text{N}$$

Sposób 2

Maksymalna wartość siły sprężystości wynosi:

$$F_{s\,max} = k(x_0 + x_{max})$$

gdzie x_{max} jest amplitudą drgania, x_0 to wartość wydłużenia sprężyny ponad jej długość swobodną w położeniu równowagi siły grawitacji i siły sprężystości:

$$kx_0 = mg$$

Współczynnik k wyznaczymy ze wzoru na okres:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \rightarrow \quad k \approx 1{,}26\ \mathrm{N/m}$$

Obliczamy x_0:

$$x_0 = \frac{mg}{k} \approx 1{,}56\ \mathrm{m}$$

Obliczamy $F_{s\,max}$:

$$F_{s\,max} = k(x_0 + x_{max}) \approx 1{,}26\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot (1{,}56\ \mathrm{m} + 0{,}06\ \mathrm{m}) \approx 2{,}04\ \mathrm{N}$$