Zadanie 10. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii spoczynkowej cząstki **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w keV zaokrąglonego do trzech cyfr znaczących: $E_0 \approx 511\ \mathrm{keV}$ (uwzględnia się także wynik $E_0 \approx 510\ \mathrm{keV}$)

2 pkt – zapisanie/wyprowadzenie poprawnego związku między energią kinetyczną cząstki a jej prędkością i energią spoczynkową (z którego można bezpośrednio obliczyć energię spoczynkową) **oraz** poprawne uwzględnienie warunku zadania $v = \frac{1}{2}c$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}} - E_0$$

1 pkt – zapisanie związku między energią całkowitą cząstki a jej masą (albo energią spoczynkową) i prędkością **oraz** zapisanie związku między energią całkowitą a energią kinetyczną i energią spoczynkową, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E = E_{kin} + E_0 \qquad \text{oraz} \qquad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

albo w jednym równaniu

$$E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy związek między energią E całkowitą cząstki a jej energią spoczynkową E_0 i energią kinetyczną E_{kin}:

1) $E = E_{kin} + E_0$

Wyprowadzimy związek między energią całkowitą a energią spoczynkową. W tym celu zastosujemy związek między energią całkowitą cząstki a jej masą i prędkością oraz związek między energią spoczynkową cząstki a jej masą:

$$2) \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad \text{oraz} \qquad E_0 = mc^2 \qquad \rightarrow$$

$$3) \quad E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Wyrażenie 3) na energię całkowitą podstawimy do wzoru 1):

$$4) \quad \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0$$

Podstawimy dane zadania i obliczymy energię spoczynkową cząstki:

$$5) \quad \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}} = 79{,}05\ \text{keV} + E_0 \qquad \rightarrow$$

$$6) \quad E_0 = \frac{79{,}05\ \text{keV}}{\left(\frac{1}{\sqrt{1-0{,}25}} - 1\right)} = 510{,}98 \ldots \text{keV} \approx 511\ \text{keV}$$

Uwaga! *W pkt 6) przedstawiono obliczenie z zaokrągleniem wyniku na końcu. Poniżej przedstawiamy rachunek z zaokrągleniami wykonywanymi w obliczeniach pośrednich (w obliczeniach pośrednich zaokrąglamy do co najmniej 4 cyfr znaczących):*

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-0{,}25}} = 79{,}05\ \text{keV} + E_0 \qquad \rightarrow \qquad \frac{E_0}{0{,}8660} - E_0 \approx 79{,}05\ \text{keV}$$

$$0{,}1547 E_0 = 79{,}05\ \text{keV} \qquad \rightarrow \qquad E_0 \approx 510{,}9 \ldots\ \text{keV} \approx 511\ \text{keV}$$