Zadanie 10. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu $\frac{v}{c}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących: $v/c \approx 0{,}96$

2 pkt – zapisanie/wykorzystanie związku między energią całkowitą cząstki β^- a jej energią spoczynkową i prędkością **oraz** zapisanie/wykorzystanie związku między energią całkowitą a energią kinetyczną i energią spoczynkową, **oraz** zapisanie jednego równania (zawierającego E_0 oraz E_{kin} oraz $\frac{v}{c}$), z którego można wyznaczyć/obliczyć wartość ilorazu $\frac{v}{c}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0$$

1 pkt – zapisanie związku między energią całkowitą cząstki β^- a jej masą (albo energią spoczynkową) i prędkością **oraz** zapisanie związku między energią całkowitą a energią kinetyczną i energią spoczynkową, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{oraz} \quad E = E_{kin} + E_0$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy związek 1) między energią E całkowitą cząstki a jej energią spoczynkową E_0 i energią kinetyczną E_{kin} oraz związek 2) między energią całkowitą cząstki a jej masą i prędkością oraz związek 3) między energią spoczynkową cząstki a jej masą:

$$1)\ E = E_{kin} + E_0 \qquad 2)\ E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad 3)\ E_0 = mc^2$$

Ze wzorów 1) i 2) i 3) wynika:

$$4)\quad \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0$$

Z równania 4) obliczymy $\frac{v}{c}$.

- Przykładowy sposób 1. prowadzenia dalszego rachunku

Przekształcimy równanie 4) i wyznaczymy iloraz $\frac{v}{c}$ względem E_{kin} i E_0:

$$4a)\quad \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{E_0}{E_{kin}+E_0} \quad \rightarrow \quad 1-\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{E_0}{E_{kin}+E_0}\right)^2$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1-\left(\frac{E_0}{E_{kin}+E_0}\right)^2 \quad \rightarrow \quad 5)\quad \frac{v}{c} = \sqrt{1-\left(\frac{E_0}{E_{kin}+E_0}\right)^2}$$

Do równania 5) podstawimy dane liczbowe

$$5a)\quad \frac{v}{c} = \sqrt{1-\left(\frac{0{,}511\ \text{MeV}}{1{,}311\ \text{MeV}+0{,}511\ \text{MeV}}\right)^2} = \sqrt{1-\left(\frac{0{,}511\ \text{MeV}}{1{,}822\ \text{MeV}}\right)^2}$$

$$6)\quad \frac{v}{c} \approx 0{,}96$$

- Przykładowy sposób 2. prowadzenia dalszego rachunku

Do równania 4) podstawimy dane liczbowe i obliczymy iloraz $\frac{v}{c}$:

$$4a)\quad \frac{0{,}511\ \text{MeV}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 1{,}311\ \text{MeV}+0{,}511\ \text{MeV} \quad \rightarrow \quad \frac{0{,}511\ \text{MeV}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 1{,}822\ \text{MeV}$$

$$5)\quad \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \approx 0{,}280461 \quad \rightarrow \quad 1-\left(\frac{v}{c}\right)^2 \approx 0{,}078658 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{v}{c}\right)^2 \approx 0{,}921342$$

$$6)\quad \frac{v}{c} \approx \sqrt{0{,}921342} \approx 0{,}96$$