Zadanie 10. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. II.20) […] wykorzystuje równość między pracą siły wypadkowej i zmianą energii kinetycznej oraz zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. VII.9) oblicza zmianę energii ładunku w polu jednorodnym […]. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu wartości prędkości **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do trzech cyfr znaczących: $\frac{v_Y}{c} \approx 0{,}674$

3 pkt – zapisanie związku między pracą siły elektrycznej działającej na pozyton (lub zmianą energii potencjalnej elektrycznej pozytonu) a zmianą energii kinetycznej pozytonu **oraz** wyrażenie różnicy energii kinetycznych pozytonu w punktach Y i X poprzez E_0 i prędkości pozytonu w punktach Y i X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$qU_{XY} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}}$$

2 pkt – zapisanie związku między pracą siły elektrycznej działającej na pozyton (lub zmianą energii potencjalnej elektrycznej pozytonu) a zmianą energii kinetycznej pozytonu **oraz** zapisanie związku między energią całkowitą pozytonu a jego energią kinetyczną i energią spoczynkową, **oraz** zapisanie/wykorzystanie związku między energią całkowitą pozytonu a jego masą (albo energią spoczynkową) i prędkością, np. zapisy równoważne poniższym:

$$qU_{XY} = E_{kinY} - E_{kinX} \quad \text{oraz} \quad E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

LUB

– wyrażenie energii kinetycznej pozytonu w punkcie X poprzez E_0 i czynnik liczbowy albo wyrażenie różnicy energii kinetycznych pozytonu w punktach Y i X poprzez E_0 i prędkości pozytonu w punktach Y i X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kinX} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}} - E_0 \quad \text{albo} \quad E_{kinY} - E_{kinX} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}}$$

1 pkt – zapisanie związku między pracą siły elektrycznej działającej na pozyton (lub zmianą energii potencjalnej elektrycznej pozytonu) a zmianą energii kinetycznej pozytonu, np. zapisy równoważne poniższym:

$qU_{XY} = \Delta E_{kinXY}$ albo $qU_{XY} = E_{kinY} - E_{kinX}$

LUB

– zapisanie związku między energią całkowitą pozytonu a jego energią kinetyczną i energią spoczynkową **oraz** zapisanie/wykorzystanie związku między energią całkowitą pozytonu a jego masą (albo energią spoczynkową) i prędkością, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E = E_{kin} + E_0 \quad \text{oraz} \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

albo w jednym równaniu

$$E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

LUB

– zapisanie równości między różnicą energii kinetycznych relatywistycznych a różnicą energii całkowitych relatywistycznych pozytonu, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{kinY} - E_{kinX} = E_Y - E_X$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Wykorzystamy twierdzenie o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej: praca siły elektrycznej działającej na pozyton (równa zmianie energii potencjalnej elektrycznej pozytonu) jest równa zmianie energii kinetycznej pozytonu od punktu X do punktu Y:

$$1) \quad qU_{XY} = E_{kinY} - E_{kinX}$$

Zastosujemy wzór relatywistyczny na energię kinetyczną.
Wykorzystamy fakt, że energia całkowita jest sumą energii spoczynkowej i energii kinetycznej, oraz zastosujemy wzór na energię całkowitą i spoczynkową:

$$2a) \quad E_{kin} = E - E_0 \qquad 2b) \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad 2c) \quad E_0 = mc^2$$

Ze wzorów 2a), 2b) i 2c) wynika – po wyeliminowaniu masy – związek między energią kinetyczną a energią spoczynkową i prędkością:

$$2d) \quad E_{kin} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

Wzór 2d) zastosujemy w równaniu 1):

3a) $$qU_{XY} = \left(\frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - E_0\right) - \left(\frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_X}{c}\right)^2}} - E_0\right)$$

3b) $$qU_{XY} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_X}{c}\right)^2}} = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_X}{c}\right)^2}}\right)$$

Uwaga!

Wzór 3b) można było uzyskać od razu, po odnotowaniu, że różnica energii kinetycznych jest równa różnicy energii całkowitych:

$$qU_{XY} = E_{kinY} - E_{kinX} = E_Y - E_X$$

Podstawimy dane liczbowe do równania 3b) i rozwiążemy je względem v_Y:

4b) $$|\mathrm{e}| \cdot 1{,}50 \cdot 10^5 \ \mathrm{V} = 5{,}11 \cdot 10^5 \ \mathrm{eV} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}}\right)$$

4c) $$\frac{1{,}50 \cdot 10^5 \ \mathrm{eV}}{5{,}11 \cdot 10^5 \ \mathrm{eV}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}}$$

Uwaga! Wykorzystaliśmy fakt, że wartość bezwzględna ładunku elektronu $|\mathrm{e}|$ *razy* 1 V *jest równe jednostce energii* 1 eV.

4d) $$0{,}2935 \approx \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - 1{,}0607 \quad \rightarrow \quad$$ 4e) $$\frac{v_y}{c} \approx \sqrt{1-\left(\frac{1}{1{,}3542}\right)^2}$$

4f) $$\frac{v_Y}{c} \approx 0{,}6743 \ldots \approx 0{,}674$$