Zadanie 11.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.9) […] opisuje rozpady […] beta (β^+, β^-).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu β^- jądra neonu $^{23}_{10}\mathrm{Ne}$, tzn. wpisanie właściwych liczb: atomowej i masowej, **oraz** zapisanie symbolu lub nazwy pierwiastka, którego jądro powstaje: $^{23}_{11}\mathrm{Na}$ albo Na albo *sód*

1 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu β^- jądra neonu $^{23}_{10}\mathrm{Ne}$ (tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej powstałego jądra)

LUB

– poprawne zapisanie symbolu lub nazwy pierwiastka X: $^{23}_{11}\mathrm{Na}$ albo Na albo *sód*

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

$$^{23}_{10}\mathrm{Ne} \rightarrow {}^{23}_{11}\mathrm{X} + \beta^- + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}$$

symbol (lub nazwa) pierwiastka X: $^{23}_{11}\mathrm{Na}$ albo Na albo *sód*

Zadanie 11.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej; XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych […]; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową […]; XII.9) wymienia właściwości promieniowania jądrowego; opisuje rozpady […] beta (β^+, β^-).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 11.3. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]; I.9) dopasowuje prostą do danych przedstawionych w postaci wykresu; interpretuje nachylenie tej prostej i punkty przecięcia z osiami. XII.12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu; oblicza liczbę jąder izotopu promieniotwórczego, które pozostają w próbce po dowolnym czasie […].

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 1a. oraz 1b.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu połowicznego rozpadu jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką, mieszczącego się w przedziale: od $T = 0{,}60\ \mathrm{min}$ do $T = 0{,}65\ \mathrm{min}$

3 pkt – poprawna metoda obliczenia $\log_{10}\left(\frac{m_0}{2}\right)$ dla $t = T$ **oraz** podanie prawidłowej wartości tego logarytmu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m_0 = 1{,}4 \ \rightarrow\ \log_{10}\left(\frac{1}{2}m_0\right) = \log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) + 1{,}4 \approx 1{,}1 \quad \text{dla } t = T$$

albo (z pośrednim obliczeniem m_0)

$$\log_{10} m_0 = 1{,}4 \quad \rightarrow \quad m_0 = 10^{1{,}4}\ \text{ju} \quad \rightarrow \quad \log_{10}\left(\frac{1}{2}\cdot 10^{1{,}4}\right) \approx 1{,}1 \text{ dla } t = T$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia $\log_{10}\left(\frac{m_0}{2}\right)$ dla $t = T$ **oraz** podanie błędnej wartości tego logarytmu, **oraz** konsekwentne dla tej błędnej wartości odczytanie i podanie czasu T, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m_0 = 1{,}4 \quad \rightarrow \quad \log_{10}\left(\frac{1}{2}m_0\right) \approx y \quad (y \neq 1{,}1) \quad \text{dla } t = T = x$$

2 pkt – zapisanie poprawnej wartości logarytmu masy m_0 jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ w próbce $\mathcal{P}$ w chwili $t_0 = 0$ **oraz** zapisanie warunku, że dla czasu połowicznego rozpadu $t = T$ $m_T = \frac{1}{2}m_0$ (albo że wartość logarytmu wynosi $\log_{10}\left(\frac{m_0}{2}\right)$), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m_0 = 1{,}4 \quad \text{oraz} \quad \text{dla } t = T \ \text{ mamy } \ m_T = \frac{1}{2}m_0$$

albo

$$\log_{10} m_0 = 1{,}4 \quad \text{oraz} \quad \text{dla } t = T \ \text{ mamy } \ \log_{10} m_T = \log_{10}\left(\frac{m_0}{2}\right)$$

LUB

– zapisanie poprawnej wartości logarytmu masy m_0 jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ w próbce $\mathcal{P}$ w chwili $t_0 = 0$ **oraz** poprawne obliczenie tej masy i podanie jej prawidłowej wartości liczbowej wyrażonej w jednostkach umownych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m_0 = 1{,}4 \quad \text{oraz} \quad m_0 = 10^{1{,}4}\ \text{ju}$$

1 pkt – zapisanie poprawnej wartości logarytmu masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ w próbce $\mathcal{P}$ w chwili $t_0 = 0$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m_0 = 1{,}4$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu połowicznego rozpadu jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką, mieszczącego się w przedziale: od $T = 0{,}60\ \mathrm{min}$ do $T = 0{,}65\ \mathrm{min}$

3 pkt – zapisanie wzoru na logarytm masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ pozostających w próbce $\mathcal{P}$ w postaci zależności liniowej względem czasu t **oraz** prawidłowa identyfikacja współczynnika kierunkowego tej zależności, **oraz** podanie (na podstawie wykresu) prawidłowej wartości tego współczynnika, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m(t) = \log_{10} m_0 + \frac{t}{T}\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{oraz} \quad A = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{T} \quad \text{oraz}$$

$$A = \frac{-0{,}2 - 1{,}4}{(3{,}3 - 0)\ \mathrm{min}} = -0{,}485\ \frac{1}{\mathrm{min}}$$

LUB

– zapisanie wzoru na logarytm masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ pozostających w próbce $\mathcal{P}$ w postaci zależności liniowej względem czasu t **oraz** prawidłowa identyfikacja współczynnika kierunkowego tej zależności, **oraz** podanie błędnej wartości tego współczynnika, **oraz** konsekwentne dla tej błędnej wartości obliczenie i podanie czasu T, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m(t) = \log_{10} m_0 + \frac{t}{T}\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{oraz} \quad A = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{T} \quad \text{oraz}$$

$$A = z\ \frac{1}{\mathrm{min}} \quad \text{oraz} \quad T = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{z} = x$$

2 pkt – zapisanie wzoru na logarytm masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ pozostających w próbce $\mathcal{P}$ w postaci zależności liniowej względem czasu t **oraz** prawidłowa identyfikacja współczynnika kierunkowego tej zależności, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m(t) = \log_{10} m_0 + \frac{t}{T}\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{oraz} \quad A = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{T}$$

1 pkt – zapisanie obustronnego logarytmu wzoru – na masę jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ pozostających w próbce $\mathcal{P}$ – wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m(t) = \log_{10}\left(m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\right) \quad \text{albo} \quad m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \ \|\ \log_{10} __$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 3.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu połowicznego rozpadu jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką, mieszczącego się w przedziale: od $T = 0{,}60\ \mathrm{min}$ do $T = 0{,}65\ \mathrm{min}$

3 pkt – spełnienie warunku za 2 pkt dla dwóch wybranych punktów z wykresu **oraz** zapisanie jednego równania z wyeliminowanym m_0, z którego można obliczyć T, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_1}{T}} = 10^{L_1} \quad \text{oraz} \quad m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_2}{T}} = 10^{L_2} \right) \quad \rightarrow \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_2 - t_1}{T}} = 10^{L_2 - L_1}$$

LUB

– zapisanie jednego z równań określonych w pierwszym myślniku za 3 pkt z błędnie odczytaną jedną współrzędną punktu (np. t_1 lub L_1) **oraz** konsekwentne dla tej błędnej wartości obliczenie i podanie czasu T, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_1}{T}} = 10^{L_1} \quad \rightarrow \quad \text{obliczenia} \quad \rightarrow \quad T = \frac{(t_2 - t_1) \cdot \log_{10} 2}{L_1 - L_2} = \text{wartość}$$

2 pkt – wyznaczenie masy dla dowolnie wybranej chwili czasu, na podstawie współrzędnych wybranego punktu wykresu **oraz** zastosowanie prawa rozpadu z uwzględnieniem współrzędnych tego punktu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$P_1 = (t_1\,; L_1) \quad \rightarrow \quad m_1(t_1) = 10^{L_1} \quad \rightarrow \quad m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_1}{T}} = 10^{L_1}$$

1 pkt – wyznaczenie masy dla dowolnie wybranej chwili czasu, na podstawie współrzędnych wybranego punktu wykresu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$P_1 = (t_1\,; L_1) \quad \rightarrow \quad m_1(t_1) = 10^{L_1}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 4.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu połowicznego rozpadu jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką, mieszczącego się w przedziale: od $T = 0{,}60\ \mathrm{min}$ do $T = 0{,}65\ \mathrm{min}$

3 pkt – spełnienie warunków za 2 pkt określonych w pierwszym **oraz** drugim myślniku **oraz** zastosowanie równania wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego **oraz** zapisanie jednego równania z wyeliminowanym m_0, z którego można obliczyć T, np. zapisy równoważne poniższym:

$$10^{1,4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_1}{T}} = 10^{L_1}$$

LUB

– zapisanie równania określonego w pierwszym myślniku za 3 pkt z błędnie odczytaną jedną współrzędną punktu (np. t_1 lub L_1) **oraz** konsekwentne dla tej błędnej wartości obliczenie i podanie czasu T, np. zapisy równoważne poniższym:

$$10^{1,4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_1}{T}} = 10^{L_1} \ \rightarrow \ \text{obliczenia} \rightarrow \ T = \frac{t_1 \cdot \log_{10} 2}{1{,}4 - L_1} = \text{wartość}$$

2 pkt – wyznaczenie masy dla dowolnie wybranej chwili czasu, na podstawie współrzędnych wybranego punktu wykresu **oraz** zapisanie poprawnej wartości logarytmu masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ w próbce $\mathcal{P}$ w chwili $t_0 = 0$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$P_1 = (t_1\,;L_1) \quad \rightarrow \quad m_1(t_1) = 10^{L_1} \quad \text{oraz} \quad \log_{10} m_0 = 1{,}4$$

LUB

– zapisanie poprawnej wartości logarytmu masy m_0 jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ w próbce $\mathcal{P}$ w chwili $t_0 = 0$ **oraz** poprawne obliczenie tej masy i podanie jej prawidłowej wartości liczbowej wyrażonej w jednostkach umownych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m_0 = 1{,}4 \quad \text{oraz} \quad m_0 = 10^{1,4}\ \mathrm{ju}$$

1 pkt – wyznaczenie masy dla dowolnie wybranej chwili czasu, na podstawie współrzędnych wybranego punktu wykresu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$P_1 = (t_1\,;L_1) \quad \rightarrow \quad m_1(t_1) = 10^{L_1}$$

LUB

– zapisanie poprawnej wartości logarytmu masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ w próbce $\mathcal{P}$ w chwili $t_0 = 0$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\log_{10} m_0 = 1{,}4$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1a. (z wykorzystaniem m_0 i definicji T)

Do wyznaczenia czasu połowicznego rozpadu jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ wykorzystamy wykres oraz definicję czasu połowicznego rozpadu. Oznaczymy jako m_0 początkową masę jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ w próbce $\mathcal{P}$ w chwili $t_0 = 0$ oraz odczytamy z wykresu wartość $\log_{10} m_0$:

$$m(t_0 = 0) = m_0 \qquad \text{zatem} \qquad \log_{10} m_0 = 1{,}4$$

Po czasie $t = T$ w próbce $\mathcal{P}$ pozostanie połowa początkowej masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$:

$$m(t = T) = m_T = \frac{1}{2} m_0$$

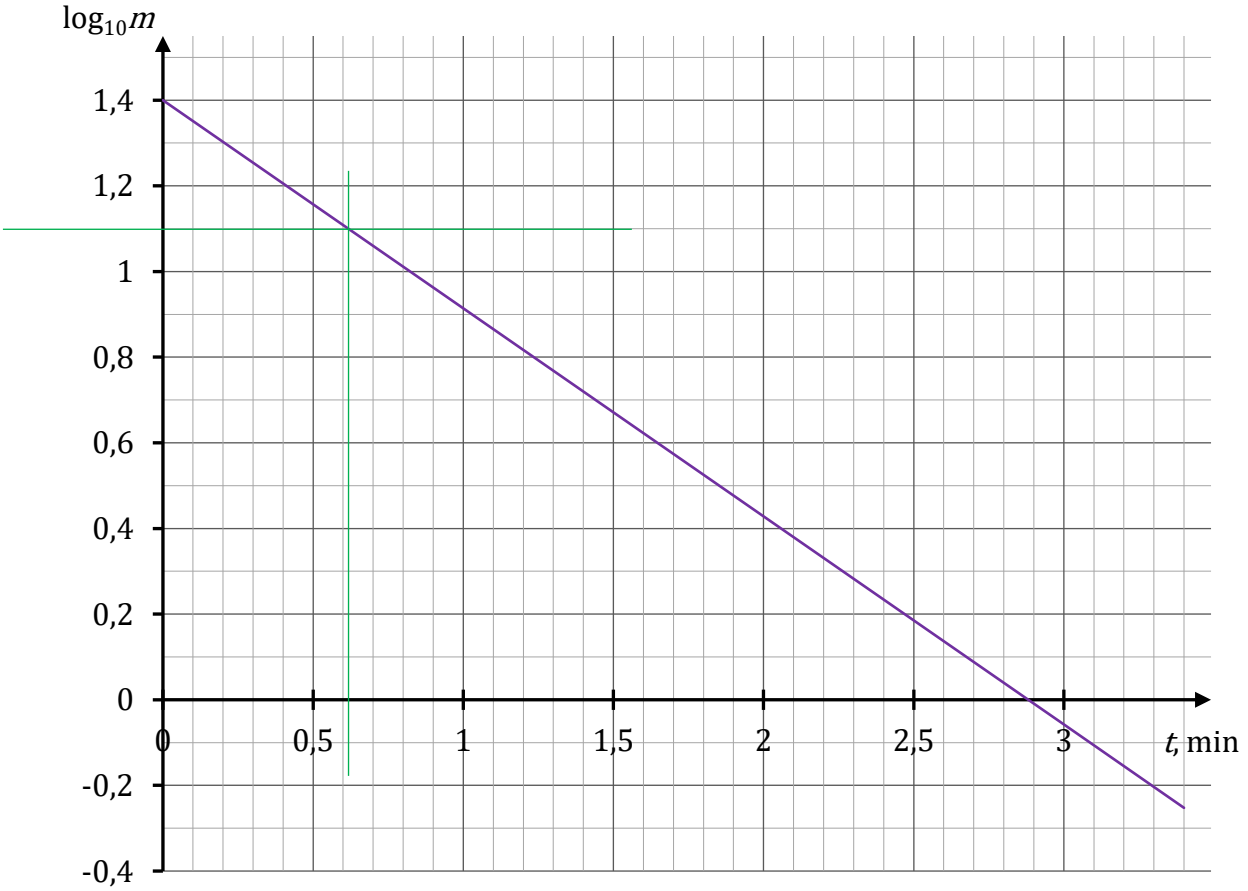
Obliczymy wartość logarytmu połowy początkowej masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ (masy wyrażonej w jednostkach umownych ju):

$$\log_{10} m_T = \log_{10}\left(\frac{1}{2} \cdot m_0\right) = \log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) + \log_{10} m_0 \approx$$

$$\approx -0{,}301 + 1{,}4 = 1{,}099 \approx 1{,}1$$

Z wykresu odczytamy czas T, dla którego logarytm połowy początkowej masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ wynosi w przybliżeniu $\log_{10} m_T \approx 1{,}1$.

$$\log_{10} m_T \approx 1{,}1 \qquad \text{dla} \qquad T \approx 0{,}62 \text{ min}$$



Sposób 1b. (z wykorzystaniem m_0 i definicji T)

Do wyznaczenia czasu połowicznego rozpadu jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ wykorzystamy wykres oraz definicję czasu połowicznego rozpadu. Oznaczymy jako m_0 początkową masę jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ w próbce $\mathcal{P}$ w chwili $t_0 = 0$:

$$m(t_0 = 0) = m_0$$

Następnie wyznaczymy m_0 w jednostkach umownych (ju). W tym celu najpierw odczytamy z wykresu wartość $\log_{10} m_0$:

1) $\log_{10} m_0 = 1{,}4$ zatem

2) $m_0 = 10^{1{,}4}\ \mathrm{ju} \approx 25{,}12\ \mathrm{ju}$

Po czasie $t = T$ w próbce $\mathcal{P}$ pozostanie połowa początkowej masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$:

$$m(t = T) = m_T = \frac{1}{2} m_0 \quad \rightarrow \quad 3)\ \ m_T = \frac{1}{2} \cdot 10^{1{,}4}\ \mathrm{ju} \approx 12{,}56\ \mathrm{ju}$$

Obliczymy wartość logarytmu połowy początkowej masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$:

$$4)\ \ \log_{10} m_T = \log_{10}\left(\frac{10^{1{,}4}}{2}\right) \approx 1{,}099$$

Z wykresu odczytamy czas T, dla którego logarytm połowy początkowej masy jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$ wynosi w przybliżeniu $\log_{10} m_T \approx 1{,}1$.

$$5)\ \ \log_{10} m_T \approx 1{,}1 \quad \text{dla} \quad T \approx 0{,}62\ \mathrm{min}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem i interpretacją równania prostej)

Uwaga! Sposób 2. jest rekomendowany jako bardziej dokładny od sposobu 1., ponieważ współczynnik nachylenia prostej można wyznaczyć z większą dokładnością niż odciętą punktu wykresu o rzędnej 1,1.

Zapiszemy równanie wynikające z prawa rozpadu promieniotwórczego:

$$1)\ \ m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie T jest czasem połowicznego rozpadu jąder neonu $^{23}\mathrm{Ne}$.
Zlogarytmujemy obie strony zależności 1) logarytmem o podstawie 10, następnie wykonamy przekształcenia równoważne z wykorzystaniem własności logarytmów:

$$2a)\ \ \log_{10} m(t) = \log_{10}\left(m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\right)$$

$$2b)\ \ \log_{10} m(t) = \log_{10} m_0 + \frac{t}{T}\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)$$

Zależność 2b) przepiszemy w postaci wskazującej na zależność liniową logarytmu masy od czasu. Następnie zidentyfikujemy współczynniki tej zależności liniowej:

$$3a)\ \ \log_{10} m(t) = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{T} \cdot t + \log_{10} m_0$$

Zatem:

$$3b)\quad \log_{10} m(t) = A \cdot t + B$$

gdzie:

$$4)\quad A = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{T} \qquad \text{oraz} \qquad B = \log_{10} m_0$$

Obliczymy współczynnik A z wykresu, a następnie z równania 4) obliczymy czas połowicznego rozpadu T (przy użyciu kalkulatora naukowego):

$$5)\quad A = \frac{-0{,}2 - 1{,}4}{(3{,}3 - 0)\ \text{min}} = -0{,}485\ \frac{1}{\text{min}}$$

$$6)\quad -0{,}485\ \frac{1}{\text{min}} = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{T} \qquad \rightarrow \qquad T = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{-0{,}485}\ \text{min}$$

$$7)\quad T = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{-0{,}485}\ \text{min} \approx \frac{-0{,}301}{-0{,}485}\ \text{min} \approx 0{,}62\ \text{min}$$

Sposób 3. (z wykorzystaniem równania rozpadu i dwóch dowolnych punktów wykresu)
Rozważmy punkty na wykresie leżące najbliżej punktów kratowych (i w miarę odległe od siebie), np.:

$$P_1 = (t_1\,; L_1) = (t_1\,; \log_{10} m_1) = (0{,}4\ \text{min};\ 1{,}2)$$

$$P_2 = (t_2\,; L_2) = (t_2\,; \log_{10} m_2) = (3{,}3\ \text{min};\ -0{,}2)$$

To oznacza, że:

$$1{,}2 = \log_{10} m(0{,}4) \quad \rightarrow \quad 10^{1{,}2} = m(0{,}4) \quad \rightarrow \quad 10^{1{,}2} = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0{,}4}{T}}$$

$$-0{,}2 = \log_{10} m(3{,}3) \quad \rightarrow \quad 10^{-0{,}2} = m(3{,}3) \quad \rightarrow \quad 10^{-0{,}2} = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3{,}3}{T}}$$

Ostatnie równania w powyższych wierszach wynikają z równania prawa rozpadu promieniotwórczego: $m(t) = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$. Z tych równań wyeliminujemy m_0:

$$\frac{10^{1{,}2}}{10^{-0{,}2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0{,}4-3{,}3}{T}} \quad \rightarrow \quad 10^{1{,}4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{2{,}9}{T}} \quad \rightarrow \quad 10^{1{,}4} = 2^{\frac{2{,}9}{T}}$$

Ostatnie równanie powyżej zlogarytmujemy stronami (logarytmem o podstawie 2):

$$\log_2 10^{1{,}4} = \frac{2{,}9}{T} \quad \rightarrow \quad \frac{2{,}9}{T} = 1{,}4 \cdot \log_2 10 \quad \rightarrow \quad \frac{2{,}9}{T \cdot 1{,}4} = \frac{1}{\log_{10} 2}$$

Zatem:

$$T = \frac{2{,}9 \cdot \log_{10} 2}{1{,}4} = 0{,}6235\ldots \approx 0{,}62\ \text{min}$$

Dodatkowe przykłady

Poniżej zapiszemy wzór ogólny na T dla punktów $P_1 = (t_1\,; L_1)$ i $P_2 = (t_2\,; L_2)$. Ten wzór wynika z analogicznego jak powyżej rachunku przeprowadzonego na symbolach:

$$T = \frac{(t_2 - t_1)\cdot \log_{10} 2}{L_1 - L_2}$$

Przykład 1.

$$P_1 = (0; 1{,}4)\quad P_2 = (2{,}88\,; 0) \qquad \rightarrow \qquad T = \frac{2{,}88 \cdot \log_{10} 2}{1{,}4}\ \text{min} \approx 0{,}62\ \text{min}$$

Przykład 2.

$$P_1 = (0{,}2; 1{,}3)\quad P_2 = (1{,}85\,; 0{,}5) \quad \rightarrow \quad T = \frac{1{,}65 \cdot \log_{10} 2}{0{,}8}\ \text{min} \approx 0{,}62\ \text{min}$$

Sposób 4. (z wykorzystaniem równania rozpadu oraz masy początkowej i punktu wykresu)

Z wykresu wyznaczymy $m_0 = m(t = 0)$:

1) $\log_{10} m_0 = 1{,}4$ zatem

2) $m_0 = 10^{1{,}4}$ ju $\approx 25{,}12$ ju

Rozważmy dowolny punkt na wykresie leżący najbliżej punktów kratowych, np.:

$$P_1 = (t_1;\ L_1) = (t_1\,; \log_{10} m_1) = (0{,}4\ \text{min}; 1{,}2)$$

To oznacza, że:

$$3)\ \ 1{,}2 = \log_{10} m(0{,}4) \quad \rightarrow \quad 4)\ \ 10^{1{,}2} = m(0{,}4)$$

Uwzględnimy równanie wynikające z prawa rozpadu promieniotwórczego:

$$5)\quad m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad \rightarrow \qquad 6)\ \ m(0{,}4) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0{,}4}{T}}$$

Z równań 2) i 4) i 6) wynika, że:

$$10^{1{,}2} = 10^{1{,}4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0{,}4}{T}} \qquad \rightarrow \qquad 10^{-0{,}2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0{,}4}{T}} \qquad \rightarrow \qquad 10^{0{,}2} = 2^{\frac{0{,}4}{T}}$$

Ostatnie równanie powyżej zlogarytmujemy stronami (logarytmem o podstawie 10):

$$0{,}2 = \frac{0{,}4}{T}\log_{10} 2 \quad \rightarrow \ T = \frac{0{,}4}{0{,}2}\log_{10} 2 \quad \rightarrow \quad T \approx 0{,}60\ \text{min}$$

Dodatkowe przykłady

Poniżej zapiszemy wzór ogólny na T dla punktu $P_1 = (t_1\,; L_1)$ i masy $m_0 = 10^{1{,}4}$ ju. Ten wzór wynika z analogicznego jak powyżej rachunku przeprowadzonego na symbolach.

$$T = \frac{t_1 \cdot \log_{10} 2}{1{,}4 - L_1}$$

Przykład 1.

$$P_1 = (1{,}65; 0{,}6) \quad \rightarrow \qquad T = \frac{1{,}65 \cdot \log_{10} 2}{1{,}4 - 0{,}6}\ \text{min} \approx 0{,}62\ \text{min}$$

Przykład 2.

$$P_1 = (2{,}05; 0{,}4) \quad \rightarrow \qquad T = \frac{2{,}05 \cdot \log_{10} 2}{1{,}4 - 0{,}4}\ \text{min} \approx 0{,}62\ \text{min}$$