Zadanie 15.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści. III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 4.5) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i wiąże je z pracą lub zmianą energii kinetycznej, 4.8) oblicza okresy obiegu planet i ich średnie odległości od gwiazdy, wykorzystując III prawo Keplera dla orbit kołowych, 12.8) przedstawia […] główne tezy poznanego artykułu popularnonaukowego z dziedziny fizyki lub astronomii.

Schemat punktowania
1 p. – poprawne wszystkie zaznaczenia.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
1. **F** 2. **P** 3. **F**

Zadanie 15.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści. III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków. IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 2.8) stosuje zasadę zachowania momentu pędu do analizy ruchu, 4.5) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i wiąże je z pracą lub zmianą energii kinetycznej, 3.3) wykorzystuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczania parametrów ruchu.

Schemat punktowania
3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia prędkości liniowej Merkurego w peryhelium oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 p. – prawidłowe (zgodne z oznaczeniami) zapisanie zasady zachowania momentu pędu lub zasady zachowania energii mechanicznej oraz prawidłowe określenie odległości od środka Słońca do peryhelium orbity Merkurego.
1 p. – zapisanie zasady zachowania momentu pędu Merkurego względem Słońca albo zasady zachowania energii mechanicznej.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązania
Sposób 1. (z zasady zachowania momentu pędu)
Na podstawie danych w tekście zadania i rysunku określamy odległość środka Słońca do punktu aphelium i peryhelium orbity Merkurego:

$$r_a = 0{,}467\ \text{au} \quad r_p = 0{,}467\ \text{au} - 0{,}159\ \text{au} = 0{,}308\ \text{au}$$

Korzystamy z zasady zachowania momentu pędu punktu materialnego (tutaj środka masy Merkurego) w ruchu względem punktu centrum (tutaj środka Słońca), gdy działa na niego siła skierowana do tego punktu:

$$p_a r_a = p_p r_p$$

gdzie p_a oraz p_p są pędami Merkurego względem Słońca, odpowiednio w punktach aphelium i peryhelium. Wykonujemy obliczenia:

$$m v_a r_a = m v_p r_p \quad \rightarrow \quad v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a \quad \rightarrow \quad v_p = \frac{0{,}467 \text{ au}}{0{,}308 \text{ au}} \cdot 38{,}9 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 58{,}98 \frac{\text{km}}{\text{s}} \approx 59 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Sposób 2. (z zasady zachowania energii mechanicznej)

Na podstawie danych i rysunku określamy odległość środka Słońca do punktu aphelium i peryhelium orbity Merkurego:

$$r_a = 0{,}467 \text{ au} \quad r_p = 0{,}467 \text{ au} - 0{,}159 \text{ au} = 0{,}308 \text{ au}$$

Korzystamy z zasady zachowania energii mechanicznej Merkurego w ruchu pod działaniem siły grawitacji. Energia mechaniczna w peryhelium jest równa energii mechanicznej w aphelium. Energia mechaniczna jest sumą energii potencjalnej i kinetycznej. Przyjmujemy, że energia kinetyczna ruchu obrotowego nie zmienia się podczas ruchu Merkurego, a zatem:

$$E_a = E_p \rightarrow \frac{m v_a^2}{2} - \frac{GMm}{r_a} = \frac{m v_p^2}{2} - \frac{GMm}{r_p} \rightarrow v_p^2 = v_a^2 + \frac{2GM}{r_p} - \frac{2GM}{r_a}$$

$$v_p^2 = v_a^2 + \frac{2GM}{r_p} - \frac{2GM}{r_a} \quad \rightarrow \quad v_p = \sqrt{v_a^2 + \frac{2GM(r_a - r_p)}{r_a r_p}}$$

gdzie *M* jest masą Słońca. Po podstawieniu danych (z uwzględnieniem wartości jednostki astronomicznej) otrzymujemy:

$$v_p = \sqrt{\left(38{,}9 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30} \text{ kg} \cdot 0{,}159 \text{ m}}{0{,}467 \cdot 0{,}308 \cdot 1{,}50 \cdot 10^{11} \text{ m}^2}}$$

$$v_p = 58{,}9 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 59 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Uwaga!

Błędem rzeczowym jest w tym zadaniu zapisanie siły grawitacji działającej na Merkurego jako siły dośrodkowej. Wzór na siłę dośrodkową jest słuszny tylko dla ruchu po okręgu, a Merkury nie porusza się po orbicie kołowej. Ponadto Merkury ma w punkcie peryhelium prędkość większą od prędkości, jaka byłaby potrzebna dla ruchu po orbicie kołowej o promieniu r_p (ponieważ po przejściu przez peryhelium, aż do aphelium, Merkury oddala się od Słońca).