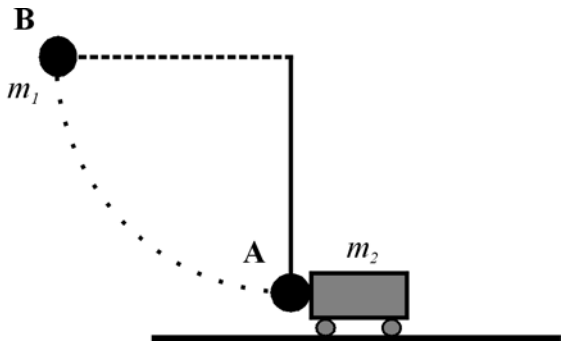
Zadanie 1. Kulka i wózek *(12 pkt)*

Stalowa kulka o masie 1 kg, wisząca na nici o długości 1,8 m została odchylona od pionu o kąt 90^o wzdłuż łuku **AB,** a następnie zwolniona (rys.). Po zwolnieniu uderzyła w spoczywający stalowy wózek, który zaczął poruszać się po szynach praktycznie bez tarcia. Masa wózka wynosi 2 kg. Przyjmij, że zderzenie ciał było doskonale sprężyste.



1.1 *(2 pkt)*

Oblicz pracę, jaką trzeba wykonać powoli odchylając pionowo wiszącą kulkę z położenia **A** do położenia **B**.

$$\left.\begin{array}{l} W = \Delta E_p \\ \Delta E_p = m_1 g h \end{array}\right\} \Rightarrow \quad W = m_1 g h$$

$$W = m_1 g h = 1\,\text{kg} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1{,}8\,\text{m}\,; \quad W = 18\,\text{J}$$

1.2 *(2 pkt)*

Wykaż, że wartość prędkości kulki w chwili uderzenia w wózek wynosi 6 m/s.

$$m_1 g l = \frac{m_1 v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2gl} = \sqrt{2 \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1{,}8\,\text{m}}\,; \quad v = 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

1.3 *(2 pkt)*

Oblicz wartość siły naciągu nici w momencie gdy kulka uderza w wózek. Przyjmij, że wartość prędkości kulki podczas uderzenia w wózek wynosi 6 m/s.

$$F_n = Q + F_o$$

$$F_n = m_1 g + \frac{m_1 v^2}{l}$$

$$F_n = m_1\left(g + \frac{v^2}{l}\right) = 1\,\text{kg}\left(10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + \frac{\left(6\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{1{,}8\,\text{m}}\right)\,; \quad F_n = 30\,\text{N}$$

Wartości prędkości ciał po zderzeniu można obliczyć, stosując wzory:

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2 m_2}{m_1 + m_2} u_2 \qquad \text{oraz} \qquad v_2 = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2$$

gdzie wartości prędkości dla obu ciał oznaczono odpowiednio:

u_1 – dla kulki przed zderzeniem, v_1 – dla kulki po zderzeniu,
u_2 – dla wózka przed zderzeniem, v_2 – dla wózka po zderzeniu.

1.4 ***(2 pkt)***

Zapisz, **korzystając z przyjętych powyżej oznaczeń**, równania wynikające z zasad zachowania, które powinny być zastosowane do opisu zderzenia kulki z wózkiem (pozwalające wyprowadzić powyższe zależności).

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$\frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

1.5 ***(2 pkt)***

Oblicz wartości prędkości, jakie uzyskają wózek i kulka w wyniku zderzenia. Wykorzystaj wzory podane w treści zadania. Przyjmij, że kulka uderza w wózek z prędkością o wartości 6 m/s.

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + 0 \;;\; v_1 = \frac{1\,\text{kg} - 2\,\text{kg}}{1\,\text{kg} + 2\,\text{kg}} \cdot 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \;;\; v_1 = -2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \left(lub\; v_1 = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 + 0 \;;\quad v_2 = \frac{2\,\text{kg}}{1\,\text{kg} + 2\,\text{kg}} \cdot 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \;;\qquad v_2 = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

1.6 ***(2 pkt)***

Wózek po uderzeniu kulki odjeżdża, natomiast kulka zaczyna poruszać się ruchem drgającym, w którym nić podczas maksymalnego wychylenia tworzy z pionem kąt 27^o. Podaj, czy w opisanej sytuacji można **dokładnie** obliczyć okres wahań takiego wahadła korzystając z zależności $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Odpowiedź uzasadnij.

W opisanej sytuacji nie można dokładnie obliczyć okres wahań takiego wahadła.

Zależność $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ pozwala na dokładne obliczenie okresu wahań wahadła, tylko dla małych wychyleń (nie przekraczających kilku stopni).