Zadanie 1. Beczka *(12 pkt)*

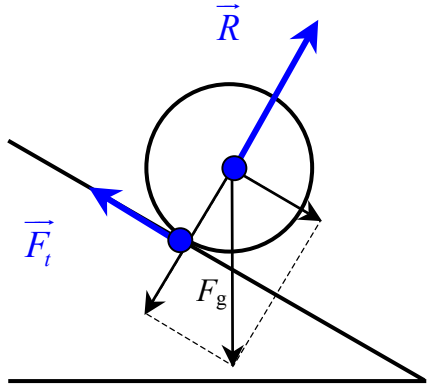
Do hurtowni chemicznej przywieziono transport blaszanych beczek z gipsem. W celu wyładowania beczek z samochodu położono pochylnię, tworząc w ten sposób równię pochyłą. Wysokość, z jakiej beczki staczały się swobodnie bez poślizgu wynosiła 100 cm. Beczki były ściśle wypełnione gipsem, który nie mógł się przemieszczać, i miały kształt walca o średnicy 40 cm. Masa gipsu wynosiła 100 kg.

W obliczeniach przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego równą 10 m/s^2, a beczkę potraktuj jak jednorodny walec. Masę blachy, z której wykonano beczkę pomiń.

Moment bezwładności walca, obracającego się wokół osi prostopadłej do podstawy walca i przechodzącej przez jej środek, jest równy $I = \frac{1}{2}mr^2$.

Zadanie 1.1 *(2 pkt)*

Uzupełnij rysunek o pozostałe siły działające na beczkę podczas jej swobodnego staczania. Zapisz ich nazwy.



$\vec{R}$ – *siła reakcji*

$\vec{F}_t$ – *siła tarcia*

Zadanie 1.2 *(2 pkt)*

Oblicz wartość siły nacisku beczki na równię podczas staczania, jeżeli kąt nachylenia pochylni do poziomu wynosi 30°.

	$\alpha = 30^o$	$\alpha = 60^o$
sin α	0,50	0,87
cos α	0,87	0,50
tg α	0,58	1,73
ctg α	1,73	0,58

$$\cos\alpha = \frac{F_n}{F_g} \quad i \quad F_g = m \cdot g$$

Siła nacisku $F_n = m \cdot g \cdot \cos\alpha$

$$F_n = 100\text{kg} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}87$$

$$F_n \approx 870\ \text{N}$$

Zadanie 1.3 ***(4 pkt)***

Wykaż, że wartość prędkości liniowej beczki po stoczeniu się z pochylni jest równa 3,65 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$$m \cdot g \cdot h = \frac{I \cdot \omega^2}{2} + \frac{m \cdot \upsilon^2}{2} \quad gdzie: \ \upsilon = \omega \cdot r \quad oraz \ I = \frac{1}{2} m r^2$$

Zatem po podstawieniu:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot r^2 \omega^2}{4} + \frac{m \cdot \upsilon^2}{2} \qquad g \cdot h = \frac{3\upsilon^2}{4}$$

$$\upsilon = 2\sqrt{\frac{g \cdot h}{3}}$$

$$\upsilon = 2\sqrt{\frac{10\text{m/s}^2 \cdot 1\text{m}}{3}} \qquad \upsilon = 3{,}65\,\text{m/s}$$

Zadanie 1.4 ***(2 pkt)***

Oblicz, korzystając ze związku pomiędzy energią i pracą, zasięg toczenia się beczki po poziomej trawiastej powierzchni. Przyjmij, że podczas toczenia się beczki po trawie działa na nią stała siła oporu o wartości 50 N, a wartość prędkości liniowej beczki po stoczeniu się z pochylni jest równa 3,65 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$F \cdot s = m \cdot g \cdot h$, *gdzie* F *oznacza siłę oporu*

Zatem:

$$s = \frac{m \cdot g \cdot h}{F} \qquad s = \frac{100\text{kg} \cdot 10\text{m/s}^2 \cdot 1\text{m}}{50\text{N}} \rightarrow s = 20\,\text{m}$$

Zadanie 1.5 ***(2 pkt)***

Wykaż, że zmiana zawartości beczki z gipsu na cement (o innej niż gips masie), również ściśle wypełniający beczkę, nie spowoduje zmiany wartości przyspieszenia kątowego, z jakim obraca się beczka wokół osi prostopadłej do podstawy beczki i przechodzącej przez jej środek.

$$\varepsilon = \frac{M}{I}$$

Zatem po podstawieniu $M = \mu \cdot r \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$ *oraz* $I = \frac{1}{2} m r^2$

otrzymamy wyrażenie $\varepsilon = \frac{\mu \cdot r \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha}{\frac{1}{2} m \cdot r^2}$, *a po przekształceniu i uproszczeniu*

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot \mu \cdot g \cdot \cos\alpha}{r}$$

Wynika z tego, że przyspieszenie kątowe, z jakim stacza się beczka, nie zależy od jej masy.