Zadanie 1.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – prawidłowa metoda obliczenia czasu ruchu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – wyodrębnienie pionowej składowej ruchu i zapisanie prawidłowej zależności wiążącej drogę/wysokość (lub położenie) z czasem spadku swobodnego pionowego bez prędkości początkowej.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Czas trwania rzutu poziomego z wysokości h jest taki, jak czas t_s trwania pionowego spadku swobodnego z wysokości h (ponieważ rzut poziomy jest złożeniem dwóch ruchów: spadku swobodnego w kierunku pionowym oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym). Z wykresu odczytujemy, że wysokość rzutu wynosi $h = 20\ \mathrm{m}$.

Korzystamy ze związku pomiędzy drogą a czasem spadania w pionowym spadku swobodnym bez prędkości początkowej:

$$h = \frac{1}{2} g t_s^2 \quad \rightarrow \quad t_s = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_s = \sqrt{\frac{2 \cdot 20\ \mathrm{m}}{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}} \approx 2{,}02\ \mathrm{s}$$

Zadanie 1.2. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu, z wykorzystaniem prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego oraz otrzymanie poprawnej postaci równania toru

LUB

– poprawne udowodnienie, że torem ruchu jest fragment paraboli (tzn. wyprowadzenie równania $y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$ z równań ruchu rzutu poziomego) oraz wyznaczenie współczynników równania paraboli z postaci iloczynowej (lub kanonicznej lub ogólnej).

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu, z wykorzystaniem prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu) oraz związku między zasięgiem rzutu a prędkością początkową i wysokością, oraz otrzymanie równania:

$$y(x) = h - \frac{h}{x_{max}^2} \cdot x^2$$

LUB

– poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu, z wykorzystaniem prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu), otrzymanie równania $y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$ oraz wyznaczenie prędkości początkowej w zależności od zasięgu rzutu oraz wysokości początkowej.

2 pkt – zapisanie poprawnych równań ruchu rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu): $x(t) = v_x t$ oraz $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$ oraz zapisanie związku między zasięgiem rzutu a wysokością i prędkością początkową

LUB

– założenie (bez dowodu opartego na równaniach ruchu), że torem ruchu jest fragment paraboli oraz poprawne wyprowadzenie wzoru toru ruchu z postaci iloczynowej (lub kanonicznej lub ogólnej) równania paraboli

LUB

– zapisanie prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu) oraz otrzymanie równania paraboli: $y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$.

1 pkt – zapisanie poprawnych równań ruchu rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu): $x(t) = v_x t$ oraz $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$

LUB

– poprawne obliczenie wartości prędkości początkowej rzutu poziomego:

$v_x = x_{max}\sqrt{\frac{g}{2h}} \approx 19{,}8\ \mathrm{m/s}$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Rzut poziomy jest złożeniem dwóch ruchów: spadku swobodnego w kierunku pionowym oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym. Zapiszemy zależność położenia od czasu $y(t)$ dla składowej pionowej ruchu:

$$y(t) = h - s_y(t)$$

gdzie h jest wysokością, z jakiej rozpoczyna się rzut, a $s_y(t)$ jest drogą przebytą w kierunku pionowym od chwili $t = 0$. Skorzystamy ze wzoru na drogę $s_y(t)$ w ruchu przyśpieszonym:

$$y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

Zapiszemy zależność położenia od czasu $x(t)$ dla składowej poziomej ruchu:

$$x(t) = v_x t$$

gdzie v_x jest wartością prędkości początkowej – jednocześnie wartością składowej prędkości w kierunku poziomym. Z powyższych równań wyznaczymy zależność $y(x)$:

$$\begin{cases} y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \\ x(t) = v_x t \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} y(t(x)) = y(x) = h - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_x}\right)^2 \\ t(x) = \frac{x}{v_x} \end{cases}$$

$$y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$$

Żeby otrzymać zależność $y(x)$, wyrażoną poprzez zasięg rzutu i wysokość początkową, wyznaczymy wartość składowej v_x poprzez zasięg i wysokość. Skorzystamy ze związku między zasięgiem x_{max} a wysokością h rzutu poziomego i prędkością początkową v_x:

$$x_{max} = v_x t = v_x \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad \rightarrow \qquad v_x = x_{max}\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

Zatem:

$$y(x) = h - \frac{g}{2\left(x_{max}\sqrt{\frac{g}{2h}}\right)^2} \cdot x^2$$

$$y(x) = h - \frac{h}{x_{max}^2} \cdot x^2 = -\frac{h}{x_{max}^2} \cdot x^2 + h$$

Do powyższego równania podstawimy dane odczytane z wykresu (wyrażone w metrach):

$$y(x) = -\frac{20}{40^2} \cdot x^2 + 20 = -0{,}0125 \cdot x^2 + 20$$

Zadanie 1.3. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne narysowanie wektora siły działającej w punkcie A oraz poprawne zapisanie nazwy tej siły.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawne rozwiązanie

Nazwa siły:

$\vec{F}_g$ – siła grawitacji

.....

