Zadanie 1.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024[1]	
Wymagania ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyśpieszenia oraz drogi od czasu.

Zasady oceniania[2]

(dla rozwiązania sposobem 1. i sposobem 2.)

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru $v^2 = v_0^2 - 2as$ (zastosowanie równań ruchu jednostajnie opóźnionego) **oraz** podanie prawidłowej postaci tego wzoru.

1 pkt – poprawne zapisanie zależności drogi od czasu i prędkości od czasu (lub przyśpieszenia od czasu) dla ruchu jednostajnie opóźnionego, z poprawnym uwzględnieniem znaku przy wartości przyśpieszenia, np. zapisy lub zapisy równoważne:

$s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$ i $v = v_0 - at$

albo

$s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$ i $a = \frac{v_0 - v}{t}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 3.)

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru $v^2 = v_0^2 - 2as$ (zastosowanie twierdzenia o pracy i energii kinetycznej) **oraz** podanie prawidłowej postaci tego wzoru.

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i energii kinetycznej **oraz** wyrażenie siły wypadkowej na podstawie II zasady dynamiki, np. zapisy lub zapisy równoważne:

$W_{F_w} = E_{kin\ konc} - E_{kin\ pocz}$ oraz $F_w = am$

albo

$ams = |E_{kin\ konc} - E_{kin\ pocz}|$

---

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. z 2022 r. poz. 1246).

[2] Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

LUB

– zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i energii kinetycznej **oraz** zastosowanie wzoru na energię kinetyczną i pracę

$$-F_w s = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga! Powyższe zasady uwzględniają fakt, że zdający może zidentyfikować siłę wypadkową działającą na kulkę na dywanie jako konkretną siłę – siłę oporów ruchu (np. zamiast używania oznaczenia F_w będzie oznaczenie F_{op}).

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1.

Zapiszemy równania ruchu, tzn. zależność drogi od czasu oraz zależność prędkości od czasu w ruchu jednostajnie opóźnionym. Następnie wyeliminujemy czas i wyprowadzimy związek między drogą s, prędkością początkową v_0, prędkością końcową v oraz wartością bezwzględną przyśpieszenia a.

$$\begin{cases} s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \\ v = v_0 - at \end{cases} \rightarrow \begin{cases} s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \\ t = \frac{v_0 - v}{a} \end{cases} \rightarrow s = v_0\left(\frac{v_0 - v}{a}\right) - \frac{1}{2}a\left(\frac{v_0 - v}{a}\right)^2 \rightarrow$$

$$s = \frac{v_0^2 - v_0 v}{a} - \frac{v_0^2 - 2v_o v + v^2}{2a} = \frac{2v_0^2 - 2v_0 v - (v_0^2 - 2v_o v + v^2)}{2a} \rightarrow$$

$$s = \frac{2v_0^2 - 2v_0 v - v_0^2 + 2v_o v - v^2}{2a} = \frac{v_0^2 - v^2}{2a} \quad \rightarrow \quad 2as = v_0^2 - v^2$$

Sposób 2.

Zapiszemy zależność drogi od czasu oraz wzór na przyśpieszenie w ruchu jednostajnie opóźnionym. Zależność drogi od czasu podamy w wersji z prędkością początkową i końcową (na podstawie twierdzenia o drodze jako polu pod wykresem prędkości od czasu).

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \\ a = \frac{v_0 - v}{t} \end{cases}$$

Pomnożymy przez siebie obie strony tych równań, wykonamy przekształcenia prowadzące do otrzymania związku między drogą s, prędkością początkową v_0, prędkością końcową v oraz wartością bezwzględną przyśpieszenia a.

$$a \cdot s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \cdot \frac{(v_0 - v)}{t} \rightarrow 2as = (v_0 + v)(v_0 - v) \rightarrow 2as = v_0^2 - v^2$$

Sposób 3.

Skorzystamy z twierdzenia o pracy i energii kinetycznej: Praca siły wypadkowej działającej na ciało jest równa zmianie energii kinetycznej ciała. Siłę wypadkową wyrazimy na podstawie II zasady dynamiki. We wzorze na pracę uwzględnimy, że siła wypadkowa działa przeciwnie do przemieszczenia (kulka hamuje). Zatem:

$$W_{F_w} = E_{kin\ konc} - E_{kin\ pocz} \quad \rightarrow \quad -F_W \cdot s = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$-ma \cdot s = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \rightarrow \quad 2as = v^2 - v_0^2$$

Zadanie 1.2. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyśpieszenia oraz drogi od czasu. I.6) tworzy […] wykresy […] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi; I.9) […] interpretuje nachylenie […] prostej i punkty przecięcia z osiami.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne zaznaczenie niepewności pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów pomiarowych **oraz** poprawne wyznaczenie na podstawie wykresu wartości przyśpieszenia **oraz** drogi s_z mieszczących się w przedziałach:

$0{,}047\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \leq a \leq 0{,}057\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ $\qquad$ $0{,}90\ \mathrm{m} \leq s_z \leq 0{,}98\ \mathrm{m}$

3 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne zaznaczenie niepewności pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów pomiarowych **oraz** identyfikacja wartości bezwzględnej współczynnika kierunkowego prostej jako podwojonej wartości przyśpieszenia (opóźnienia)

LUB

– poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne narysowanie odcinków niepewności pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów pomiarowych **oraz** identyfikacja miejsca zerowego funkcji liniowej jako drogi s_z, którą przebyła kulka na dywanie aż do zatrzymania się.

2 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne zaznaczenie niepewności pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów pomiarowych

LUB

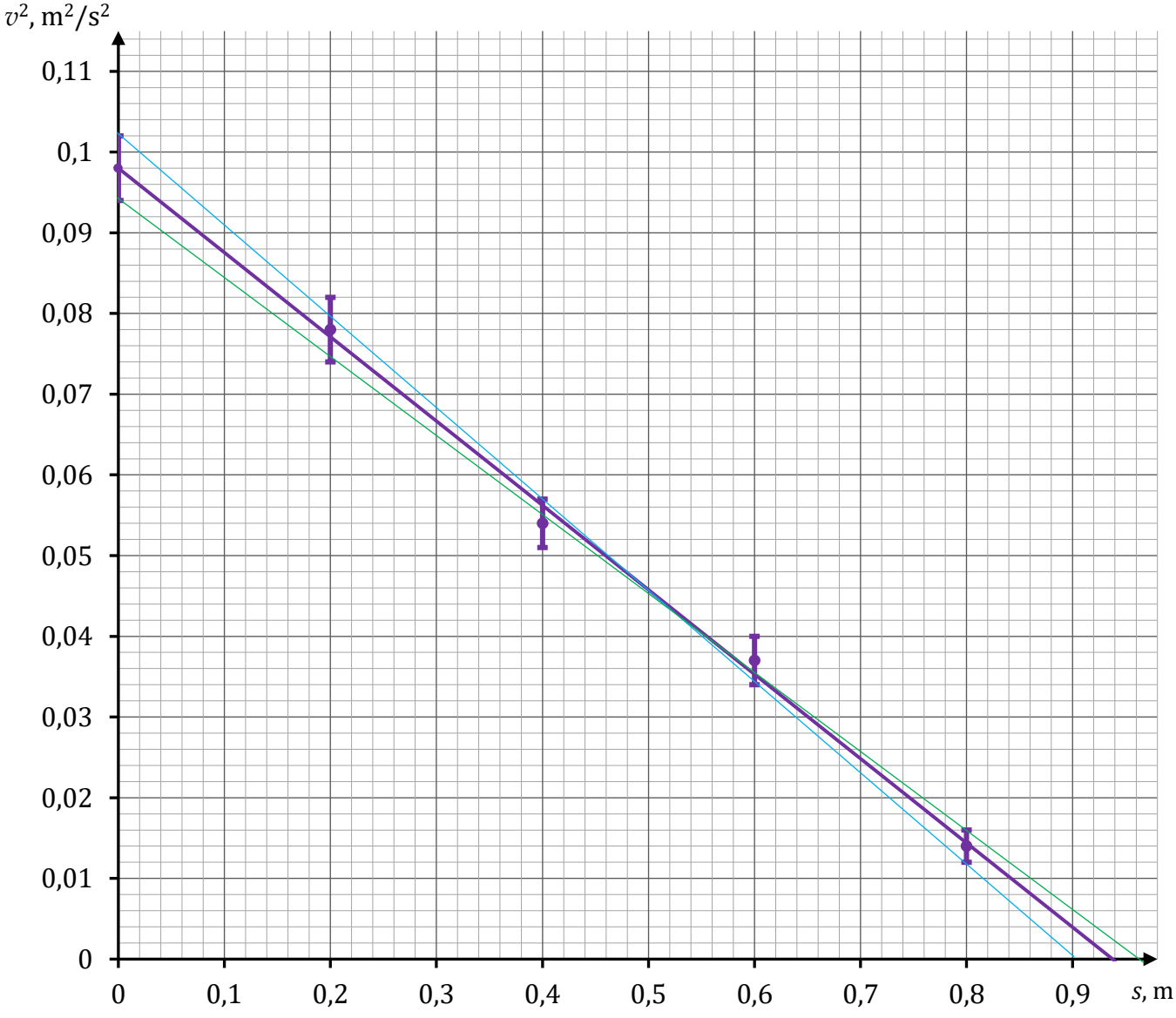
– wyznaczenie przyśpieszenia lub drogi (bez błędu rachunkowego) jedynie na podstawie podanego wzoru i danych w tabeli, bez korzystania z wykresu (niezależnie czy wykres został sporządzony, czy nie).

1 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne zaznaczenie niepewności pomiarowych
LUB
– poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów (bez narysowania odcinków niepewności pomiarowych)
LUB
– wyznaczenie przyśpieszenia lub drogi (z błędami rachunkowymi) jedynie na podstawie podanego wzoru i danych w tabeli, bez korzystania z wykresu (niezależnie czy wykres został sporządzony, czy nie) i nie zostały spełnione warunki na wyższą liczbę punktów.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Kolorem fioletowym narysowano prostą najlepiej dopasowaną do punktów pomiarowych. Kolorem zielonym i niebieskim narysowano proste dopasowane do punktów pomiarowych o najmniejszym i największym akceptowalnym nachyleniu.



Sposób 1.

Zapiszemy zależność $v^2(s)$:

$$v^2 = -2as + v_0^2$$

Jest to zależność liniowa postaci:

$$y = -|A|x + B$$

gdzie wartości funkcji, argumenty funkcji i parametry identyfikujemy następująco:

$$y = v^2 \qquad x = s \qquad |A| = 2a \qquad B = v_0^2$$

Na podstawie wykresu wyznaczymy wartość bezwzględną współczynnika kierunkowego prostej. Wykorzystamy współrzędne dwóch dowolnych punktów leżących na prostej, np.:

$$P_1 = (0{,}00; 0{,}098), \qquad P_2 = (0{,}84; 0{,}010)$$

Wartość bezwzględna współczynnika kierunkowego jest równa ilorazowi wartości bezwzględnych przyrostów wartości funkcji i argumentów funkcji liniowej:

$$|A| = \frac{0{,}098\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} - 0{,}01\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{0{,}84\ \mathrm{m} - 0{,}00\ \mathrm{m}} = 0{,}104761\ldots\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 0{,}105\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Zatem:

$$a = \frac{|A|}{2} = \frac{0{,}104761\ldots\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2} \approx 0{,}052\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Sposób 1.1. wyznaczenia drogi

Droga s_z, jaką przebędzie kulka na dywanie do momentu zatrzymania się ($v = 0$) jest miejscem zerowym funkcji liniowej:

$$0 = -2as_z + v_0^2 \qquad (\ 0 = -|A|x_z + B\ )$$

Miejsce zerowe funkcji liniowej odczytamy z wykresu. W tym celu przedłużymy prostą do przecięcia z osią odciętych i odczytamy odciętą punktu przecięcia:

$$s_z \approx 0{,}94\ \mathrm{m}$$

Sposób 1.2. wyznaczenia drogi

Droga s_z, jaką przebędzie kulka na dywanie do momentu zatrzymania się ($v = 0$) jest miejscem zerowym funkcji liniowej:

$$0 = -2as_z + v_0^2 \qquad \rightarrow \qquad s_z = \frac{v_0^2}{2a}$$

Miejsce zerowe funkcji liniowej obliczymy na podstawie wartości a oraz v_0^2:

$$s_z = \frac{v_0^2}{2a} \approx \frac{0{,}098}{0{,}1047}\ \mathrm{m} \approx 0{,}936\ldots\mathrm{m} \approx 0{,}94\ \mathrm{m}$$

Sposób 2.

Uwaga! W rozwiązaniu wykorzystującym punkty wykresu będące miejscami przecięcia wykresu z osiami: $(0;\ v_0^2)$ *i* $(s_z, 0)$ *nie ma konieczności określenia związku między współczynnikiem kierunkowym narysowanej prostej a przyśpieszeniem.*

Droga s_z, jaką przebędzie kulka na dywanie do momentu zatrzymania się $(v = 0)$ jest miejscem zerowym funkcji liniowej. Miejsce zerowe funkcji liniowej odczytamy z wykresu. W tym celu przedłużymy prostą do przecięcia z osią odciętych i odczytamy odciętą punktu przecięcia:

$$s_z \approx 0{,}94\ \mathrm{m}$$

Prosta $v^2 = -2as + v_0^2$ przecina oś rzędnych w punkcie $(0;\ v_0^2 = 0{,}098\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2})$. Zatem równanie prostej to $v^2 = -2as + 0{,}98$: Do tego równani podstawimy miejsce zerowe i następnie obliczymy przyśpieszenie a:

$$0 = -2as_z + v_0^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{v_0^2}{2s_z} \quad \rightarrow \quad a = \frac{0{,}098}{2 \cdot 0{,}94}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 0{,}052\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$