Zadanie 1.1. (0–2)

Wymagania określone w podstawie programowej[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: II.3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: […] prędkością i przyspieszeniem […]; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

FPF

Zadanie 1.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.16) (SP) opisuje spadek swobodny […]. I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. z 2024 r. poz. 1019).

Zasady oceniania[2]

(dla rozwiązania sposobem 1. lub sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{0B} – wartości prędkości początkowej kulki K_B, tzn. poprawne zastosowanie równań ruchu dla kulek K_A i K_B (w układzie inercjalnym) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$

2 pkt – zapisanie równania z którego można bezpośrednio obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z **oraz** zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć położenie kulki K_A wzdłuż osi y w chwili t_z, czyli rzędną punktu C w funkcji położenia początkowego kulki K_A, g i t_z **oraz** zapisanie równania (albo równań) pozwalającego wyznaczyć położenie kulki K_B wzdłuż osi y w chwili t_z, czyli rzędną punktu C w funkcji prędkości początkowej v_{0B} kulki K_B, g i t_z, np. zapisy równoważne poniższym:

$$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad y_{C\,(\mathrm{KA})} = 12 - \frac{1}{2} g t_z^2 \quad \text{oraz} \quad y_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B} t_z - \frac{1}{2} g t_z^2$$

albo

$$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad y_{C\,(\mathrm{KA})} = 12 - \frac{1}{2} g t_z^2 \quad \text{oraz}$$

$$\left(y_{C\,(\mathrm{KB})} = \frac{v_{0B} + v_{C\,(\mathrm{KB})}}{2} \cdot t_z \quad \text{i} \quad v_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B} - g t_z \right)$$

1 pkt – zastosowanie równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla opisania położenia kulki K_A wzdłuż osi x: zapisanie równania z którego można bezpośrednio obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z zderzenia się kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_{C\,(\mathrm{KA})} = x_{A\,(\mathrm{KA})} + v_{0A} t_z \quad \text{albo} \quad \Delta x_{(\mathrm{KA})} = v_{0A} t_z \quad \text{albo} \quad t_z = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

LUB

– zastosowanie równania ruchu jednostajnie przyśpieszonego (w stronę przeciwną do zwrotu osi y) bez prędkości początkowej dla opisania położenia kulki K_A wzdłuż osi y: zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć rzędną punktu C w funkcji położenia początkowego kulki K_A, g i t_z, np. zapisy równoważne poniższym:

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = 12 - \frac{1}{2} g t_z^2$$

LUB

– zastosowanie równania (albo równań) ruchu jednostajnie opóźnionego (w stronę zwrotu osi y) dla opisania położenia kulki K_B wzdłuż osi y: zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć rzędną punktu C w funkcji prędkości początkowej v_{0B} kulki K_B, g i t_z, np. zapisy równoważne poniższym:

$$y_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B} t_z - \frac{1}{2} g t_z^2 \quad \text{albo} \quad \left(y_{C\,(\mathrm{KB})} = \frac{v_{0B} + v_{C\,(\mathrm{KB})}}{2} \cdot t_z \quad \text{i} \quad v_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B} - g t_z \right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

---

[2] Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 3. lub sposobem 4.)

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA
Zauważenie, że ruch kulki K_B względem kulki K_A jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie współrzędnych (może być co do wartości bezwzględnej) prędkości względnej kulki K_B względem kulki K_A, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_{BAx} = -8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ,\ v_{BAy} = v_{0B} \qquad \text{albo} \qquad \vec{v}_{BA} = \left[-8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}};\ v_{0B}\right]$$

albo opisowo

prędkość w poziomie kulki K_B względem K_A jest skierowana w lewo i ma stałą wartość $8\ \mathrm{m/s}$
prędkość w pionie kulki K_B względem K_A jest skierowana w górę i ma stałą wartość v_{0B}

Warunek PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE
Zauważenie, że ruch kulki K_B względem kulki K_A jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie współrzędnych (może być co do wartości bezwzględnej) przemieszczenia względnego kulki K_B względem kulki K_A, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta x_{BA} = -6\ \mathrm{m}\ ,\ \Delta y_{BA} = 12\ \mathrm{m} \qquad \text{albo} \qquad \Delta\vec{r}_{BA} = [-6\ \mathrm{m}\ ;\ 12\ \mathrm{m}]$$

albo opisowo

przemieszczenie w poziomie kulki K_B względem K_A jest w lewo i ma wartość $6\ \mathrm{m}$
przemieszczenie w pionie kulki K_B względem K_A jest w górę i ma wartość $12\ \mathrm{m}$

Warunek PRĘDKOŚĆ_W_*NU*
Zauważenie, że w nieinercjalnym układzie odniesienia (*NU*) swobodnie spadającym pionowo (od chwili t_0) ruch obu kulek jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie prędkości obu kulek w tym układzie *NU*, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\vec{v}_{A_NU} = \left[v_{Ax_NU}\ ;\ v_{Ay_NU}\right] = \left[8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ;\ 0\right] \qquad \vec{v}_{B_NU} = \left[v_{Bx_NU}\ ;\ v_{By_NU}\right] = [0\ ;\ v_{0B}]$$

albo opisowo

kulka K_A porusza się w spadającym układzie NU w prawo z prędkością $8\ \mathrm{m/s}$
kulka K_B porusza się w spadającym układzie NU w górę z prędkością v_{0B}

Warunek PRZEMIESZCZENIE_W_*NU*
Zauważenie, że w nieinercjalnym układzie odniesienia (*NU*) swobodnie spadającym pionowo (od chwili t_0) ruch obu kulek jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie przemieszczenia obu kulek w tym układzie *NU*, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta\vec{r}_{A_NU} = \left[\Delta x_{A_NU}\ ;\ \Delta y_{A_NU}\right] = [6\ \mathrm{m}\ ;\ 0] \qquad \Delta\vec{r}_{B_NU} = \left[\Delta x_{B_NU}\ ;\ \Delta y_{B_NU}\right] = [0;\ 12\ \mathrm{m}]$$

albo opisowo

kulka K_A w spadającym układzie NU przemieszcza się $6\ \mathrm{m}$ *w prawo*
kulka K_B w spadającym układzie NU przemieszcza się $12\ \mathrm{m}$ *w górę*

Schemat punktowania (dla rozwiązania sposobem 3. lub sposobem 4.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{0B} – wartości prędkości początkowej kulki K_B, tzn. poprawne zastosowanie równań ruchu dla kulek K_A i K_B (w układzie spoczynkowym kulki K_A lub w układzie swobodnie spadającym pionowo) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$

2 pkt – spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA oraz** warunku **PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE oraz** zastosowanie związków między przemieszczeniem względnym a prędkością względną kulki K_B względem kulki K_A (<u>w obu kierunkach</u>: poziomym i pionowym) i czasem ruchu do zderzenia kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z$ oraz $12\ \mathrm{m} = v_{0B} \cdot t_z$

LUB

– spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_W_*NU* oraz** warunku **PRZEMIESZCZENIE_W_*NU* oraz** zastosowanie związków między przemieszczeniem a prędkością i czasem (ruchu do zderzenia kulek) dla ruchu <u>obu kulek</u> w spadającym układzie odniesienia *NU*, np. zapisy równoważne poniższym:

$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z$ oraz $12\ \mathrm{m} = v_{0B} \cdot t_z$

1 pkt – spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA**

LUB

– spełnienie warunku **PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE**

LUB

– spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_W_*NU***

LUB

– spełnienie warunku **PRZEMIESZCZENIE_W_*NU***

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 5.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{0B} – wartości prędkości początkowej kulki K_B, tzn. poprawne zastosowanie zasady zachowania energii dla kulek K_A i K_B (w układzie inercjalnym) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$

2 pkt – zapisanie równania z którego <u>można bezpośrednio</u> obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z **oraz** zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_A w punktach A i C z uwzględnieniem wzoru z czasem na prędkość kulki K_A w punkcie C, **oraz** zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_B w punktach B i C z uwzględnieniem wzoru z czasem na prędkość kulki K_B w punkcie C, np. zapisy równoważne poniższym:

$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z$ oraz

$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_c$ oraz

$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_c$

1 pkt – zastosowanie równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla opisania położenia kulki K_A wzdłuż osi x: zapisanie równania z którego <u>można bezpośrednio</u> obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z zderzenia się kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_{C\,(\mathrm{KA})} = x_{A\,(\mathrm{KA})} + v_{0A}t_z \qquad \text{albo} \qquad \Delta x_{(\mathrm{KA})} = v_{0A}t_z \qquad \text{albo} \qquad t_z = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

LUB

– zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_A w punktach A i C **oraz** uwzględnienie wzoru z czasem na prędkość kulki K_A w punkcie C, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_C$$

LUB

– zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_B w punktach B i C **oraz** uwzględnienie wzoru z czasem na prędkość kulki K_B w punkcie C, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_C$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania[3]

<u>Sposób 1.</u> (zastosowanie kinematycznych równań ruchu w układzie inercjalnym)

Ruch kulki K_A jest złożeniem ruchu jednostajnego prostoliniowego wzdłuż osi x i spadku swobodnego wzdłuż osi y. Zatem współrzędna prędkości kulki K_A wzdłuż osi x jest stała:

$$v_x = v_{0A}$$

Obliczymy czas t_z, mierzony od chwili t_0, po którym dochodzi do zderzenia kulek. Kulki zderzają się w punkcie C w chwili t_z. Z równania ruchu jednostajnego prostoliniowego wynika, że współrzędna x położenia kulki K_A w punkcie C w chwili t_z dana jest wzorem:

$$x_{C\,(\mathrm{KA})} = x_{A\,(\mathrm{KA})} + v_{0A}t_z \quad \text{zatem} \quad t_z = \frac{x_{C\,(\mathrm{KA})} - x_{A\,(\mathrm{KA})}}{v_{0A}} = \frac{6\ \mathrm{m} - 0\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}75\ \mathrm{s}$$

Współrzędna y położenia kulki K_A w chwili zderzenia w C – zgodnie z równaniem ruchu jednostajnie przyśpieszonego bez prędkości początkowej (ruchu w przeciwną stronę do zwrotu osi y) – dana jest wzorem:

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = y_{A\,(\mathrm{KA})} - \left|\Delta y_{(\mathrm{KA})}\right| = 12\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}gt_z^2$$

[3] Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe wyjaśnienia/komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania. Dodatkowe komentarze w rozwiązaniu zamieszczono w celach dydaktycznych.

Ruch kulki K_B jest rzutem pionowym w górę z prędkością początkową v_{0B}. Współrzędna y położenia kulki K_B w chwili zderzenia w C – zgodnie z równaniem ruchu jednostajnie opóźnionego – dana jest wzorem:

$$y_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2$$

Porównamy ze sobą dwa powyższe wyrażenia opisujące rzędną punktu C:

$$12\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}gt_z^2 = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \rightarrow \quad 12\ \mathrm{m} = v_{0B}t_z$$

Obliczymy v_{0B}:

$$v_{0B} = \frac{12\ \mathrm{m}}{0{,}75\ \mathrm{s}} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 2. (zastosowanie kinematycznych równań ruchu w układzie inercjalnym)

Obliczymy czas t_z, mierzony od chwili t_0, po którym dochodzi do zderzenia kulek. Kulki zderzają się w punkcie C. Ruch kulki K_A jest złożeniem ruchu jednostajnego prostoliniowego wzdłuż osi x i spadku swobodnego wzdłuż osi y. Przemieszczenie $\Delta x_{(\mathrm{KA})}$ kulki K_A wzdłuż x w czasie t_z dane jest wzorem:

$$\Delta x_{(\mathrm{KA})} = v_x t_z = v_{0A}t_z \qquad \text{zatem} \qquad t_z = \frac{\Delta x_{(\mathrm{KA})}}{v_{0A}} = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}75\ \mathrm{s}$$

Obliczymy współrzędną y położenia kulki K_A w chwili zderzenia w C. Wykorzystamy równanie ruchu jednostajnie przyśpieszonego (w przeciwną stronę do zwrotu osi y) bez prędkości początkowej:

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = y_{A\,(\mathrm{KA})} - |\Delta y_{(\mathrm{KA})}| = 12 - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \rightarrow$$

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = 12\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}75^2\ \mathrm{s}^2 \approx 9{,}24\ \mathrm{m}$$

Obliczymy prędkość początkową kulki K_B. Ruch kulki K_B jest rzutem pionowym w górę z prędkością początkową v_{0B}. Wykorzystamy równanie ruchu jednostajnie opóźnionego:

$$y_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2 \qquad \text{oraz} \qquad y_{C\,(\mathrm{KA})} = y_{C\,(\mathrm{KB})} \quad \rightarrow$$

$$9{,}24\ \mathrm{m} = v_B\cdot 0{,}75\ \mathrm{s} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}75^2\ \mathrm{s}^2 \quad \rightarrow$$

$$v_{0B} \approx 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 3. (zastosowanie równań opisujących ruch kulki K_B względem kulki K_A)

Zapiszemy wektorowe równania ruchu dla prędkości kulek K_A i K_B względem ziemi. Równania te rozpiszemy na współrzędne prędkości v_x oraz v_y (wektor przyśpieszenia ziemskiego jest zwrócony przeciwnie do zwrotu osi y, zatem jego współrzędna jest ujemna):

$$\vec{v}_A(t) = \vec{v}_{0A} + \vec{g}t \quad \rightarrow \quad \vec{v}_A(t) = \left[v_{Ax}(t)\,;\ v_{Ay}(t)\right] = [v_{0A};\ -gt]$$

$$\vec{v}_B(t) = \vec{v}_{0B} + \vec{g}t \quad \rightarrow \quad \vec{v}_B(t) = \left[v_{Bx}(t)\,;\ v_{By}(t)\right] = [0;\ v_{0B} - gt]$$

Obliczymy prędkość kulki K_B w układzie odniesienia kulki K_A, czyli obliczymy prędkość względną kulek. Następnie wyrazimy tę prędkość względną we współrzędnych:

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B(t) - \vec{v}_A(t) = [0 - v_{0A}\,;\ (v_{0B} - gt) - (-gt)]$$

$$\vec{v}_{BA} = \left[v_{BAx}\ ;\ v_{BAy}\right] = [-v_{0A}\,;\ v_{0B}] = \left[-8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ;\ v_{OB}\right]$$

W związku z powyższym kulka K_B porusza się w układzie odniesienia kulki K_A ze stałą prędkością, której współrzędna pozioma wynosi $(-8\ \mathrm{m/s})$ a pionowa v_{0B}. Z drugiej strony wektor przemieszczenia $\Delta\vec{r}_{AB}$ (do momentu zderzenia kulek) kulki K_B w układzie odniesienia kulki K_A ma współrzędne:

$$\Delta\vec{r}_{BA} = [\Delta x_{BA}\ ;\ \Delta y_{BA}] = [-6\ \mathrm{m}\,;\,12\ \mathrm{m}]$$

Powyższe oznacza, że kulka K_B porusza się względem K_A po skosie do momentu zderzenia: $6\ \mathrm{m}$ w lewo i $12\ \mathrm{m}$ w górę. Zastosujemy równanie ruchu jednostajnego w wersji wektorowej:

$$\Delta\vec{r}_{BA} = \vec{v}_{BA}t_z \quad \rightarrow \quad [-6\ \mathrm{m}\,;\,12\ \mathrm{m}] = \left[-8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z\ ;\ v_{OB} \cdot t_z\right]$$

Równanie to rozpiszemy na współrzędne:

$$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad 12\ \mathrm{m} = v_{0B} \cdot t_z \quad \rightarrow \quad \frac{6\ \mathrm{m}}{12\ \mathrm{m}} = \frac{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{v_{OB}} \quad \rightarrow \quad v_{OB} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 4. (zastosowanie równań ruchu kulki K_A i kulki K_B w układzie odniesienia, który spada swobodnie)

Rozważmy ruch obu kulek w nieinercjalnym, swobodnie spadającym pionowo układzie odniesienia *NU*. Załóżmy dalej, że układ *NU* rozpoczął spadanie w chwili t_0 – tej samej chwili, w której rzucono kulkę K_A.

Zauważmy, że układ odniesienia *NU* spada w z takim samym przyśpieszeniem ziemskim skierowanym w dół, z jakim poruszają się kulki K_A i K_B. W związku z tym, przyśpieszenia obu kulek względem spadającego układu *NU* wynoszą zero.

Ponieważ przyśpieszenia kulek w spadającym układzie odniesienia *NU* wynoszą zero, to kulki poruszają się w tym układzie *NU* ruchem jednostajnym prostoliniowym (mówimy, że względem układu *NU* kulki są w stanie nieważkości, jak np. w spadającej swobodnie windzie).

Zanotujmy ważne wnioski wynikające z powyższego rozważania:

- Ponieważ układ odniesienia *NU* rozpoczął spadanie w tej samej chwili t_0 co kulka K_A i spada razem z nią, to prędkość kulki K_A w *NU* ma tylko składową poziomą, równą prędkości początkowej K_A względem ziemi (pionowa składowa prędkości wynosi zero):

$$\vec{v}_{(\mathrm{KA})_NU} = \left[8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ;\ 0\right]$$

- Prędkość kulki K_B w *NU* ma tylko składową pionową, równą prędkości początkowej kulki K_B względem ziemi (pozioma składowa tej prędkości wynosi zero):

$$\vec{v}_{(\mathrm{KB})_NU} = [0\ ;\ v_{OB}]$$

- Do momentu zderzenia kulka K_A przebywa w układzie odniesienia *NU* drogę (w poziomie) równą $\Delta x_{(\mathrm{KA})_NU} = 6\ \mathrm{m}$, a kulka K_B przebywa w układzie odniesienia *NU* drogę (w pionie) równą $\Delta y_{(\mathrm{KB})_NU} = 12\ \mathrm{m}$.

Z własności ruchu jednostajnego prostoliniowego (w układzie odniesienia *NU*) otrzymujemy:

$$t_{Az} = t_{Bz} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta x_{(\mathrm{KA})_NU}}{v_{(\mathrm{KA})_NU}} = \frac{\Delta y_{(\mathrm{KB})_NU}}{v_{(\mathrm{KB})_NU}}$$

$$\frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{12\ \mathrm{m}}{v_{OB}} \quad \rightarrow \quad v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$$

Sposób 5. (rozwiązanie z zastosowaniem zasady zachowania energii mechanicznej)

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla kulki K_A w punktach A i C oraz uwzględnimy wzór na prędkość kulki K_A w punkcie C:

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{mv_{(\mathrm{KA})C}^2}{2} + mgy_c \qquad \text{gdzie} \qquad v_{(\mathrm{KA})C}^2 = v_{0A}^2 + (gt_z)^2$$

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla kulki K_B w punktach B i C oraz uwzględnimy wzór na prędkość kulki K_B w punkcie C:

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{mv_{(\mathrm{KB})C}^2}{2} + mgy_c \qquad \text{gdzie} \qquad v_{(\mathrm{KB})C} = v_{0B} - gt_z$$

Wyznaczymy t_z z wartości poziomych składowych prędkości i przemieszczenia kulki K_A:

$$t_z = \frac{\Delta x_{(\mathrm{KA})}}{v_{0A}} = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}75\ \mathrm{s}$$

Zapiszemy układ równań wynikający z powyższych zależności:

$$\begin{cases} \dfrac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \dfrac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_c \\ \dfrac{mv_{0B}^2}{2} = \dfrac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_c \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases}$$

Rozwiążemy powyższy układ równań:

$$\begin{cases} \dfrac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \dfrac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + \dfrac{mv_{0B}^2}{2} - \dfrac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \quad \rightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{v_{0A}^2}{2} + gh_A = \dfrac{v_{0A}^2}{2} + \dfrac{(gt_z)^2}{2} + \dfrac{v_{0B}^2}{2} - \dfrac{v_{0B}^2 - 2v_{0B}gt_z + (gt_z)^2}{2} \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \quad \rightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{v_{0A}^2}{2} + gh_A = \dfrac{v_{0A}^2}{2} + \dfrac{(gt_z)^2}{2} + \dfrac{v_{0B}^2}{2} - \dfrac{v_{0B}^2}{2} + v_{0B}gt_z - \dfrac{(gt_z)^2}{2} \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \quad \rightarrow$$

$$\begin{cases} h_A = v_{0B}t_z \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \quad \rightarrow \quad v_{0B} = \frac{h_A}{t_z} = \frac{12\ \mathrm{m}}{0{,}75\ \mathrm{s}} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$