Zadanie 2. (0–3)

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku $\frac{s_1}{s_2}$ oraz prawidłowy wynik liczbowy.

2 pkt – zapisanie lub wyprowadzenie wyrażeń (lub wyrażeń równoważnych)

$$s_1 = \frac{v_1^2}{2a_1} \qquad s_2 = \frac{v_2^2}{2a_2}$$

oraz wykazanie na podstawie drugiej zasady dynamiki, że:

$$a_1 = a_2$$

1 pkt – zapisanie lub wyprowadzenie z kinematycznych równań ruchu związku między drogą a przyśpieszeniem i prędkością początkową

LUB

– wykazanie na podstawie drugiej zasady dynamiki, że wartości przyśpieszeń są stałe i są sobie równe w obu sytuacjach, gdy samochód hamuje (np. wystarczy wykazać, że przyśpieszenie podczas hamowania samochodu nie zależy od prędkości początkowej).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku $\frac{s_1}{s_2}$ oraz prawidłowy wynik liczbowy.

2 pkt – skorzystanie z twierdzenia o zmianie energii kinetycznej i pracy, zastosowanie wzoru na energię kinetyczną oraz wzoru na pracę oraz wykorzystanie warunków zadania i uzyskanie wzorów (lub wzorów równoważnych) dla obu przypadków hamowania:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = T_s \cdot s_1 \qquad oraz \qquad \frac{1}{2}mv_2^2 = T_s \cdot s_2$$

1 pkt – skorzystanie z twierdzenia o zmianie energii kinetycznej i pracy (wystarczy zapis $E_{kin} = W_T$)

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

Zapiszemy równania drugiej zasady dynamiki dla hamującego samochodu. Zgodnie z modelem zadania, na hamujący samochód w kierunku poziomym w obu przypadkach działa siła tarcia statycznego, która jest maksymalna. Zatem:

$$ma = T_s \qquad \rightarrow \qquad ma = \mu_s mg \qquad \rightarrow \qquad a = \mu_s g$$

Z powyższego wynika, że wartość przyśpieszenia z jakim hamuje samochód jest stała i zależy tylko od współczynnika tarcia statycznego i przyśpieszenia ziemskiego. W związku z tym, za każdym razem, gdy samochód hamuje na tym samym podłożu, to porusza się ruchem jednostajnie opóźnionym z takim samym przyśpieszeniem. Zatem:

$$a_1 = a_2$$

Z równań ruchu jednostajnie opóźnionego do zatrzymania wyprowadzimy związek między drogą a prędkością początkową i przyśpieszeniem:

$$0 = v - at \quad \text{i} \quad s = \frac{1}{2}at^2 \qquad \rightarrow \qquad s = \frac{v^2}{2a}$$

Z powyższego wynika, że:

$$s_1 = \frac{v_1^2}{2a_1} \qquad s_2 = \frac{v_2^2}{2a_2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} \cdot \frac{a_2}{a_1}$$

Ponieważ $a_1 = a_2$, to:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{s_1}{s_2} = \frac{\left(70\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2}{\left(50\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2} = 1{,}96$$

Sposób 2.

Skorzystamy z twierdzenia o pracy i zmianie energii kinetycznej. W tym przypadku oznacza to, że zmiana energii kinetycznej samochodu jest równa pracy siły tarcia statycznego

$$E_{kin\,k} - E_{kin\,p} = W_{T_s} \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{2}mv^2 = T_s \cdot s$$

Z warunków zadania wynika, że siła tarcia statycznego działająca na samochód w obu przypadkach jest taka sama, zatem:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = T_s \cdot s_1 \qquad \text{oraz} \qquad \frac{1}{2}mv_2^2 = T_s \cdot s_2$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{s_1}{s_2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{s_1}{s_2} = \frac{\left(70\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2}{\left(50\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2} = 1{,}96$$