Zadanie 2. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał; II.16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste; II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawne powołanie się na własność zderzenia sprężystego **oraz** poprawna metoda wykazania równości całkowitych energii kinetycznych, z poprawnym wykorzystaniem zasady zachowania pędu całkowitego układu.

3 pkt – powołanie się na własność zderzenia sprężystego **oraz** zapisanie równości całkowitych energii kinetycznych przed i po zderzeniu, **oraz** zapisanie poprawnych wyrażeń opisujących całkowitą energię kinetyczną układu przed zderzeniem i całkowitą energię kinetyczną układu po zderzeniu, **oraz** zapisanie równości pędów całkowitych układu przed zderzeniem i po z uwzględnieniem poprawnych wyrażeń opisujących całkowity pęd układu przed zderzeniem i całkowity pęd układu po zderzeniu **oraz** poprawne podstawienie wartości liczbowych z uwzględnieniem odpowiednich znaków, np. zapisy (lub równoważne):

(Jeśli $\frac{1}{2}m_1 \cdot 2^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \frac{1}{2}m_2 \cdot 4^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = \frac{1}{2}m_1 \cdot 1^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \frac{1}{2}m_2 \cdot 5^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$ to zderzenie jest sprężyste) oraz ($m_1 \cdot 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot (-4)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = m_1 \cdot (-1)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$)

2 pkt – powołanie się na własność zderzenia sprężystego **oraz** zapisanie równości całkowitych energii kinetycznych przed i po zderzeniu, **oraz** zapisanie poprawnych wyrażeń opisujących całkowitą energię kinetyczną układu przed zderzeniem i całkowitą energię kinetyczną układu po zderzeniu, **oraz** zastosowanie zasady zachowania pędu, np. zapisy (lub równoważne):

Jeśli $\frac{1}{2}m_1 v_{1\,przed}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,przed}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1\,po}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,po}^2$ to zderzenie jest sprężyste

oraz $\vec{p}_{przed} = \vec{p}_{po}$

LUB

– zastosowanie zasady zachowania pędu do obliczenia stosunku mas, tzn. zapisanie równości pędów całkowitych układu przed zderzeniem i po zderzeniu **oraz** zapisanie poprawnych wyrażeń opisujących całkowity pęd układu przed zderzeniem i całkowity pęd układu po zderzeniu oraz poprawne podstawienie wartości liczbowych z uwzględnieniem odpowiednich znaków, np. zapisy (lub równoważne):

$m_1 \cdot 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot (-4)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = m_1 \cdot (-1)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

1 pkt – zastosowanie strategii rozwiązania, której celem jest sprawdzenie, czy całkowita energia kinetyczna zostanie zachowana przy zderzeniu, czy też nie (z zapisów musi to wynikać) **oraz** powołanie się na własność zderzenia sprężystego, np. zapisy (lub równoważne):

Jeśli $E_{kin\,przed} = E_{kin\,po}$ to zderzenie jest sprężyste

albo

Zderzenie jest doskonale sprężyste w tym przypadku, gdy całkowita energia kinetyczna układu przed zderzeniem jest równa całkowitej energii kinetycznej układu po zderzeniu

LUB

– zapisanie równości całkowitych energii kinetycznych (bez powołania się na własność zderzenia sprężystego) oraz zapisanie poprawnych wyrażeń opisujących całkowitą energię kinetyczną układu przed zderzeniem i całkowitą energię kinetyczną układu po zderzeniu, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\frac{1}{2}m_1 v_{1\,przed}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,przed}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1\,po}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,po}^2$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Powołanie się na własność zderzenia doskonale sprężystego, o którym mowa w zasadach oceniania, może nastąpić na dowolnym etapie rozwiązania, np. może wystąpić wprost dopiero w odpowiedzi albo może wynikać z podanej odpowiedzi.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zderzenie jest doskonale sprężyste wtedy, gdy całkowita energia mechaniczna (w tym przypadku energia kinetyczna) układu przed zderzeniem jest równa całkowitej energii

mechanicznej (w tym przypadku energii kinetycznej) układu po zderzeniu. Należy zatem sprawdzić, czy prawdziwa jest równość:

$$1)\ E_{kin\,przed} = E_{kin\,po}\ ?$$

gdzie:

$$2)\ E_{kin\,przed} = \frac{1}{2}m_1 v_{1\,przed}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,przed}^2$$

$$3)\ E_{kin\,po} = \frac{1}{2}m_1 v_{1\,po}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2\,po}^2$$

Żeby sprawdzić, czy spełniony jest warunek 1), to oprócz wartości prędkości musimy znać masy kul. Zauważmy, że jeśli energie kinetyczne przed zderzeniem i po zderzeniu są sobie równe, to także energie kinetyczne podzielone przez jedną z mas (np. m_1) będą sobie równe:

$$4)\ \frac{E_{kin\,przed}}{m_1} = \frac{E_{kin\,po}}{m_1}\ ?$$

$$5)\ \frac{E_{kin\,przed}}{m_1} = \frac{1}{2}v_{1\,przed}^2 + \frac{1}{2}\frac{m_2}{m_1}\,v_{2\,przed}^2$$

$$6)\ \frac{E_{kin\,po}}{m_1} = \frac{1}{2}v_{1\,po}^2 + \frac{1}{2}\frac{m_2}{m_1}v_{2\,po}^2$$

Zatem wystarczy znać stosunek $\frac{m_2}{m_1}$ mas tych kul, który obliczymy, wykorzystując zasadę zachowania pędu układu kul:

$$\vec{p}_{przed} = \vec{p}_{po}$$

$$m_1 \cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot (-4)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = m_1 \cdot (-1)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + m_2 \cdot 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$3m_1 = 9m_2 \quad \rightarrow \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$$

Podstawiamy stosunek mas kul do równań 5) i 6) oraz sprawdzimy, czy zachodzi równość 4) (równoważna 1)).

$$\frac{E_{kin\,przed}}{m_1} = \frac{1}{2}\cdot 2^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 4^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 4\frac{2}{3}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

$$\frac{E_{kin\,po}}{m_1} = \frac{1}{2}\cdot 1^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 5^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 4\frac{2}{3}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

Z powyższego wynika, że warunek 1) jest spełniony. To oznacza, że zderzenie jest doskonale sprężyste.