Zadanie 3.1. (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowy wynik liczbowy.
1 p. – zapisanie warunku równowagi sił (wystarczy zapis $Q \sin\alpha = T_{max}$) oraz zapisanie wzoru na maksymalną wartość siły tarcia (wystarczy zapis $T_{max} = \mu N$).
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Tarcie statyczne osiąga wartość maksymalną, gdy deska tworzy z podłożem kąt $\alpha_1 = 40°$. Zastosujemy wzór na maksymalną wartość siły tarcia statycznego, wzór na wartość *N* siły nacisku oraz wykorzystamy I zasadę dynamiki Newtona:

$$T_{s\,max} = \mu N \qquad N = Q\cos\alpha_1 \qquad Q\sin\alpha_1 = T_{s\,max}$$

Z powyższych równań obliczamy współczynnik tarcia statycznego:

$$Q \sin \alpha_1 = \mu Q \cos \alpha_1 \qquad \rightarrow \qquad \mu = \frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} = \text{tg}\, \alpha_1 = \text{tg}\, 40° \approx 0{,}84$$

Zadanie 3.2. (0–2)

a) (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – prawidłowe wyznaczenie zależności $T(\alpha)$

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Dla kąta α takiego, że $0° < \alpha < 40°$, siła tarcia statycznego nie osiąga jeszcze wartości maksymalnej (więc nie możemy zastosować wzoru na maksymalną wartość tej siły) i cały czas równoważy siłę wypadkową z siły grawitacji i reakcji (równą składowej ciężaru wzdłuż równi):

$$T_s = Q \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

b) (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – poprawne uzasadnienie.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowa odpowiedź

Sposób 1. (powołanie się na wzór)

Ponieważ wyrażenie $\sin \alpha$ jest monotonicznie rosnące w przedziale $0° < \alpha < 90°$, to z tego wynika, że siła tarcia statycznego $T_s(\alpha) = mg \sin \alpha$ rośnie, gdy kąt α rośnie w przedziale $0° < \alpha < 40°$.

Sposób 2. (uzasadnienie słowne)

Tarcie statyczne równoważy składową siły ciężkości w kierunku deski. Ponieważ składowa ta rośnie wraz ze wzrostem kąta nachylenia do podłoża, to i tarcie statyczne rośnie.

Zadanie 3.3. (0–2)

Schemat punktowania

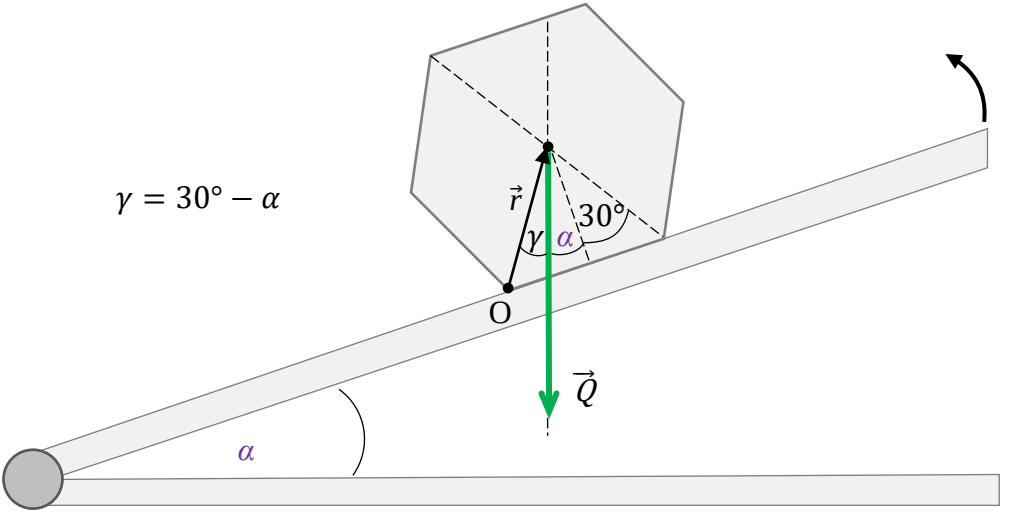
2 p. – prawidłowa metoda oraz prawidłowe wyznaczenie kąta α_2.

1 p. – zauważenie, że hantla zacznie się obracać, gdy moment siły ciężkości względem *O* zmieni zwrot, albo równoważnie – od momentu, gdy będzie wynosił zero. *Należy uznawać wszelkie równoważne sformułowania: zarówno wyrażone wzorami jak i słownie (np.: hantla się obróci od momentu, gdy kierunek siły ciężkości pokryje się z kierunkiem ramienia tej siły względem O).*

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Hantla zacznie obracać się w chwili, gdy moment siły ciężkości będzie zmieniał znak (zwrot), czyli dokładnie wtedy, gdy będzie wynosił zero. Do tej chwili moment siły ciężkości równoważy się z momentem siły reakcji deski. Na rysunku poniżej oznaczono siłę ciężkości i jej ramię względem osi O (siły reakcji deski i jej ramienia nie oznaczono).



Wartość momentu siły ciężkości względem osi O wyraża się wzorem:

$$M_Q = rQ|\sin(180° - \gamma)| = rQ\sin\gamma = rQ\sin(30° - \alpha)$$

Przyrównamy moment siły ciężkości do zera i wyznaczymy kąt $\alpha = \alpha_2$:

$$M_Q = 0 \quad \rightarrow \quad rQ\sin(30° - \alpha) = 0 \quad \rightarrow \quad \alpha = 30°$$