Zadanie 3.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] schematów i rysunków. I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 4.5) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i wiąże je z pracą lub zmianą energii kinetycznej; 4.6) wyjaśnia pojęcie pierwszej i drugiej prędkości kosmicznej; oblicza ich wartości dla różnych ciał niebieskich.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

D

Zadanie 3.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] schematów i rysunków. IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 1.2) (P) opisuje zależności między siłą dośrodkową a masą, prędkością liniową i promieniem oraz wskazuje przykłady sił pełniących rolę siły dośrodkowej; 4.1) wykorzystuje prawo powszechnego ciążenia do obliczenia siły oddziaływań grawitacyjnych między masami punktowymi i sferycznie symetrycznymi; 4.3) oblicza wartość i kierunek pola grawitacyjnego na zewnątrz ciała sferycznie symetrycznego.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości natężenia pola grawitacyjnego oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wyrażenia, z którego można bezpośrednio obliczyć natężenie pola za pomocą danych, tzn. stałych oraz prędkości orbitalnej (lub obliczonego promienia orbity).

1 pkt – zapisanie wyrażenia $\gamma_g = \frac{F_g}{m}$ lub $\gamma_g = \frac{GM}{r^2}$ na wartość natężenia pola grawitacyjnego oraz zapisanie wyrażenia identyfikującego siłę grawitacji jako siłę dośrodkową (np. jak w sposobie 1.)

LUB

– zapisanie wyrażenia (lub równoważnych wyrażeń) identyfikującego natężenie pola grawitacyjnego na orbicie z przyśpieszeniem dośrodkowym sondy oraz zapisanie wyrażenia identyfikującego siłę grawitacji jako siłę dośrodkową (np. jak w sposobie 2.)

LUB

– zapisanie wyrażenia $\gamma_g = \frac{F_g}{m}$ lub $\gamma_g = \frac{GM}{r^2}$ na wartość natężenia pola grawitacyjnego oraz wykorzystanie wzoru na prędkość orbitalną

LUB

– zapisanie wyrażenia (lub równoważnych wyrażeń) identyfikującego natężenie pola grawitacyjnego na orbicie z przyśpieszeniem dośrodkowym sondy oraz wykorzystanie wzoru na prędkość orbitalną

LUB

– poprawne obliczenie promienia orbity sondy: $r = 6{,}97 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1.

Zapiszemy wzór na wartość γ_g natężenia pola grawitacyjnego w danym punkcie przestrzeni:

$$\gamma_g = \frac{F_g}{m}$$

gdzie F_g to siła grawitacji działająca na ciało próbne (np. na sondę), m to masa ciała próbnego (np. sondy). Wykorzystamy wzór na siłę grawitacji działającą na orbitującą sondę:

$$F_g = \frac{GMm}{r^2} \qquad \rightarrow \qquad \gamma_g = \frac{GM}{r^2}$$

Wykorzystamy fakt, że siła grawitacji działająca na orbitującą sondę pełni rolę siły dośrodkowej i wyznaczymy promień orbity:

$$\frac{mv_{or}^2}{r} = F_g \qquad \rightarrow \qquad \frac{mv_{or}^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \qquad \rightarrow \qquad r = \frac{GM}{v_{or}^2}$$

Zapiszemy wyrażenie, z którego można bezpośrednio obliczyć natężenie pola za pomocą stałych oraz prędkości orbitalnej:

$$\gamma_g = \frac{GM}{\left(\frac{GM}{v_{or}^2}\right)^2} \qquad \rightarrow \qquad \gamma_g = \frac{v_{or}^4}{GM}$$

Wykonujemy obliczenia:

$$\gamma_g = \frac{\left(7{,}56 \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^4}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \ \mathrm{kg}} \approx 8{,}20 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$$

Sposób 2.

Wartość γ_g natężenia pola grawitacyjnego w danym punkcie jest równa przyśpieszeniu grawitacyjnemu, jakie ma ciało próbne (np. sonda) w danym punkcie.

$$\gamma_g = a_g$$

Przyśpieszenie grawitacyjne sondy jest równe przyśpieszeniu dośrodkowemu sondy:

$$a_g = a_{do} = \frac{v_{or}^2}{r}$$

Wykorzystamy fakt, że siła grawitacji działająca na orbitującą sondę pełni rolę siły dośrodkowej i wyznaczymy promień orbity:

$$\frac{mv_{or}^2}{r} = F_g \qquad \rightarrow \qquad \frac{mv_{or}^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \qquad \rightarrow \qquad r = \frac{GM}{v_{or}^2}$$

Zapiszemy wyrażenie, z którego można bezpośrednio obliczyć natężenie pola za pomocą stałych oraz prędkości orbitalnej:

$$\gamma_g = a_{do} = \frac{v_{or}^2}{\frac{GM}{v_{or}^2}} \qquad \rightarrow \qquad \gamma_g = \frac{v_{or}^4}{GM}$$

Wykonujemy obliczenia (zobacz sposób 1.).

Zadanie 3.3. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2021	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] schematów i rysunków. IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 1.2) (P) opisuje zależności między siłą dośrodkową a masą, prędkością liniową i promieniem oraz wskazuje przykłady sił pełniących rolę siły dośrodkowej; 3.3) wykorzystuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczania parametrów ruchu; 4.5) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i wiąże je z pracą lub zmianą energii kinetycznej; 4.6) wyjaśnia pojęcie pierwszej i drugiej prędkości kosmicznej; oblicza ich wartości dla różnych ciał niebieskich.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy siły odrzutu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – poprawne wyprowadzenie wzoru, z którego można bezpośrednio obliczyć pracę siły odrzutu za pomocą masy sondy, prędkości orbitalnej oraz prędkości sondy w „nieskończoności”.

1 pkt – zapisanie związku między pracą siły odrzutu a różnicą energii mechanicznych sondy łącznie z poprawną identyfikacją energii początkowej (jako energii orbitującej sondy) oraz energii końcowej (jako energii w chwili t_p lub w „nieskończoności”)

LUB

– poprawne wyprowadzenie wzoru na energię mechaniczną orbitującej sondy, wyrażonego jedynie za pomocą masy sondy oraz prędkości orbitalnej.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Praca mechaniczna siły odrzutu jest równa zmianie energii mechanicznej sondy:

$$W_{F_{od}} = E_{konc} - E_{pocz}$$

gdzie E_{pocz} oznacza energię mechaniczną sondy orbitującej swobodnie, a E_{konc} oznacza energię mechaniczną sondy po przyśpieszeniu siłą odrzutu. Zgodnie z zasadą zachowania energii E_{konc} pozostaje stała od chwili t_p – zatem energia mechaniczna w chwili t_p jest równa energii mechanicznej w bardzo dalekim obszarze, gdzie $E_{pot\infty} = 0$:

$$E_{konc} = E_{t_p} = E_\infty \qquad \text{gdzie} \qquad E_\infty = \frac{1}{2}mv_\infty^2 + 0$$

Zapiszemy wzór na E_{pocz}:

$$E_{pocz} = E_{kin} + E_{pot} \qquad \rightarrow \qquad E_{pocz} = \frac{1}{2}mv_{or}^2 - \frac{GMm}{r}$$

Wzór na E_{pocz} wyrazimy za pomocą prędkości orbitalnej oraz masy sondy. W tym celu Wykorzystamy fakt, że siła grawitacji działająca na sondę jest siłą dośrodkową:

$$\frac{mv_{or}^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \qquad \rightarrow \qquad mv_{or}^2 = \frac{GMm}{r}$$

Zatem:

$$E_{pocz} = \frac{1}{2}mv_{or}^2 - mv_{or}^2 = -\frac{1}{2}mv_{or}^2$$

Zapiszemy wyrażenie, z którego można bezpośrednio obliczyć pracę siły odrzutu za pomocą masy sondy, prędkości orbitalnej sondy oraz prędkości sondy w „nieskończoności”:

$$W_{F_{od}} = E_{konc} - E_{pocz} = \frac{1}{2}mv_{\infty}^2 - \left(-\frac{1}{2}mv_{or}^2\right)$$

$$W_{F_{od}} = \frac{1}{2}m(v_{\infty}^2 + v_{or}^2)$$

Wykonujemy obliczenia:

$$W_{F_{od}} = \frac{1}{2}\cdot 10^4\ \mathrm{kg}\cdot\left(\left(7{,}56\cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \left(2{,}00\cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2\right)$$

$$W_{F_{od}} \approx 30{,}6\cdot 10^{10}\ \mathrm{J} = 3{,}06\cdot 10^{11}\ \mathrm{J} = 306\ \mathrm{GJ}$$