Zadanie 3.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wykazania, że współczynnik liczbowy C jest bezwymiarowy.

1 pkt – zapisanie jednostki współczynnika C jako $\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}$ lub równoważnie.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Ze wzoru na siłę oporu wyznaczymy współczynnik C, następnie określimy jego wymiar:

$$F_o = \frac{1}{2}CS\rho v^2 \quad \rightarrow \quad C = \frac{2F_o}{S\rho v^2} \quad \rightarrow \quad [C] = \frac{[F_o]}{[S]\cdot[\rho]\cdot[v]^2}$$

Zatem:

$$[C] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2 \cdot \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{s}^2}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{s}^2}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}} = 1$$

Zadanie 3.2. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

AE

Zadanie 3.3. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku $\frac{v_{2g}}{v_{1g}}$ oraz prawidłowy wynik liczbowy.

2 pkt – zapisanie warunku równowagi sił działających na każdą z kul z uwzględnieniem wzorów na siłę oporu i siłę grawitacji oraz z uwzględnieniem zależności masy od promienia oraz zależności przekroju poprzecznego od promienia, np. zapisy
$m_1 g = \frac{1}{2} C S_1 \rho v_{1g}^2$ oraz $m_2 g = \frac{1}{2} C S_2 \rho v_{2g}^2$ oraz $m_i \propto R_i^3$ oraz $S_i \propto R_i^2$
LUB
– zapisanie warunku równowagi sił działających na każdą z kul z uwzględnieniem wzorów na siłę oporu i siłę grawitacji oraz doprowadzenie do jednego wyrażenia w postaci (lub w postaci równoważnej):

$$\frac{v_{2g}}{v_{1g}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{S_1}{S_2}}$$

1 pkt – zapisanie warunku równowagi sił działających na każdą z kul: siły ciężkości i siły oporu powietrza, np. zapisy:
$F_{op1} = Q_1$ oraz $F_{op2} = Q_2$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Gdy kula opada ruchem jednostajnym prostoliniowym z prędkością graniczną, to siła oporu powietrza działająca na kulę równoważy siłę ciężkości działającą na tę kulę. Zapiszemy równania Pierwszej zasady dynamiki dla obu kul:

$$F_{op1} = Q_1 \quad \text{oraz} \quad F_{op2} = Q_2$$

Uwzględnimy wzory na siłę ciężkości oraz siłę oporu:

$$m_1 g = \frac{1}{2} C S_1 \rho v_{1g}^2 \quad \text{oraz} \quad m_2 g = \frac{1}{2} C S_2 \rho v_{2g}^2$$

Obliczymy stosunek prędkości granicznych, podzielimy przez siebie lewe i prawe strony obu równań:

$$\frac{m_2 g}{m_1 g} = \frac{\frac{1}{2} C S_2 \rho v_{2g}^2}{\frac{1}{2} C S_1 \rho v_{1g}^2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{m_2}{m_1} = \frac{S_2 v_{2g}^2}{S_1 v_{1g}^2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{v_{2g}^2}{v_{1g}^2} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{S_1}{S_2}$$

$$\frac{v_{2g}}{v_{1g}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{S_1}{S_2}}$$

Uwzględnimy zależności masy i przekroju od promienia (masa o stałej gęstości zależy od promienia tak jak zależy objętość od promienia):

$$\frac{v_{2g}}{v_{1g}} = \sqrt{\frac{R_2^3}{R_1^3} \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2}} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{v_{2g}}{v_{1g}} = \sqrt{2} \approx 1{,}41$$