Zadanie 3.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.3) […] posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kątowego […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

A

Zadanie 3.2. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II.11) opisuje ruch niejednostajny po okręgu; II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPF

Zadanie 3.3. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) […] posługuje się pojęciami […] momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami; III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania
4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia ilorazu wartości prędkości końcowej punktu B pręta i wartości prędkości kulki **oraz** podanie prawidłowej wartości tego ilorazu.
3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia prędkości końcowej punktu B pręta (tzn. spełnienie pierwszego warunku za 2 pkt) **oraz** prawidłowa postać wzoru na prędkość, tzn.:

poprawna metoda wyznaczenia v_B $\rightarrow$ $v_B = \sqrt{3gl\sin\alpha_0}$

LUB

– poprawna metoda wyznaczenia prędkości końcowej punktu B pręta (tzn. spełnienie pierwszego warunku za 2 pkt) **oraz** poprawna metoda wyznaczenia prędkości końcowej kulki (tzn. spełniony drugi lub trzeci warunek za 1 pkt).

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia prędkości końcowej punktu B pręta, tzn. zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej dla pręta z uwzględnieniem wzoru na energię kinetyczną ruchu obrotowego względem punktu A (albo wzoru na energię kinetyczną ruchu obrotowego względem punktu S i wzoru na energię kinetyczną ruchu postępowego) **oraz** wzoru na energię potencjalną uwzględniającego wysokość

środka masy pręta, **oraz** związku między prędkością kątową pręta a prędkością liniową punktu B (albo S), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\left(\frac{1}{2}I_A\omega^2 = mgh_S \quad \text{oraz} \quad v_B = \omega l\right)$ albo $\frac{1}{2}I_A\left(\frac{v_B}{l}\right)^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o$

albo

$\frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}mv_S^2 = mgh_S$ oraz $v_S = \omega\frac{l}{2}$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej dla pręta z uwzględnieniem (dającym się zidentyfikować np. poprzez oznaczenie) energii kinetycznej ruchu obrotowego względem punktu A (lub ruchu obrotowego względem S i ruchu postępowego) **oraz** wzoru na energię potencjalną uwzględniającego wysokość środka masy pręta **oraz** poprawna metoda wyznaczenia prędkości końcowej kulki (tzn. spełniony drugi lub trzeci warunek za 1 pkt), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$E_{kin\ obr\ A} = mgh_S$ oraz $m_kgh_B = \frac{1}{2}m_kv_k^2$

albo

$E_{kin\ obr\ S} + E_{kin\ post\ S} = mgh_S$ oraz $m_kgh_B = \frac{1}{2}m_kv_k^2$

1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej dla pręta z uwzględnieniem (dającym się zidentyfikować np. poprzez oznaczenie) energii kinetycznej ruchu obrotowego względem punktu A, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\frac{1}{2}I_A\omega^2 = E_{pot}$ albo $E_{kin\ obr\ A} = E_{pot}$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej dla pręta z uwzględnieniem (dającym się zidentyfikować np. poprzez oznaczenie) energii kinetycznej ruchu obrotowego względem punktu S i energii kinetycznej ruchu postępowego, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}mv_S^2 = E_{pot}$ albo $E_{kin\ obr\ S} + E_{kin\ post\ S} = E_{pot\ S}$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej dla kulki z uwzględnieniem wzorów na energię kinetyczną kulki oraz energię potencjalną kulki, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$m_kgh_B = \frac{1}{2}m_kv_k^2$

LUB

– poprawne zapisanie równań ruchu jednostajnie przyśpieszonego kulki prowadzących do wyznaczenia prędkości z wyeliminowanym czasem albo zapisanie związku między prędkością a przyśpieszeniem i wysokością, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\left(v_k = gt \quad \text{i} \quad h = \frac{1}{2}gt^2\right)$ albo $v_k^2 = 2gh$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Skorzystamy z zasady zachowania energii podczas ruchu bryły sztywnej. Energia kinetyczna bryły jest równa sumie energii kinetycznej ruchu postępowego punktu środka masy i ruchu obrotowego względem środka masy. Energia potencjalna bryły to energia potencjalna punktu środka masy (któremu przypisujemy całą masę bryły). Zatem:

$$1)\quad E_{kin\ obr\ S} + E_{kin\ post\ S} = E_{pot\ S}$$

Skorzystamy ze wzorów na energię kinetyczną ruchu obrotowego względem danej osi, ruchu postępowego i energię potencjalną w jednorodnym polu grawitacyjnym:

$$2)\quad \frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}mv_S^2 = mgh_S \quad \rightarrow \quad 3)\quad \frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}mv_S^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o$$

Skorzystamy ze związku między prędkością kątową ω a prędkością liniową v_S punktu S oraz ze związku między prędkością kątową ω a prędkością liniową v_B punktu B oraz ze wzoru na moment bezwładności względem punktu S.

$$4)\quad v_S = \omega\frac{l}{2} \qquad \text{oraz} \qquad v_B = \omega l \qquad \text{oraz} \qquad I_S = \frac{1}{12}ml^2$$

Związki zapisane w punkcie 4) podstawimy do równania 3) i wykonamy przekształcenia:

$$5a)\quad \frac{1}{2}I_S\omega^2 + \frac{1}{2}mv_S^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o \quad \rightarrow$$

$$5b)\quad \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12}ml^2\omega^2 + \frac{1}{2}m\left(\omega\frac{l}{2}\right)^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o \quad \rightarrow$$

$$5c)\quad \frac{1}{6}ml^2\omega^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o \quad \rightarrow$$

$$6)\quad \frac{1}{3}{v_B}^2 = gl\sin\alpha_o$$

Ostatecznie otrzymujemy wzór na prędkość końcową punktu B:

$$7)\quad v_B = \sqrt{3gl\sin\alpha_0}$$

Obliczymy prędkość końcowa kulki. Zastosujemy zasadę zachowania energii do wyznaczenia prędkości, z jaką kulka opadnie na podłoże opuszczona z wysokości początkowego położenia punktu B. Kulkę traktujemy jako punkt materialny, zatem:

$$8)\quad m_k g h_B = \frac{1}{2}m_k v_k^2 \qquad \rightarrow \qquad 9)\quad gl\sin\alpha_0 = \frac{1}{2}v_k^2$$

Ostatecznie otrzymujemy wzór na prędkość końcową kulki:

$$10)\quad v_k = \sqrt{2gl\sin\alpha_0}$$

Na podstawie wzorów 7) i 10) obliczymy iloraz wartości prędkości:

$$11)\quad \frac{v_B}{v_k} = \frac{\sqrt{3gl\sin\alpha_0}}{\sqrt{2gl\sin\alpha_0}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1{,}22$$

Sposób 2.

Skorzystamy z zasady zachowania energii podczas ruchu bryły sztywnej. Energia kinetyczna bryły jest równa energii kinetycznej ruchu obrotowego bryły względem nieruchomego punktu A. Energia potencjalna bryły to energia potencjalna punktu środka masy (któremu przypisujemy całą masę bryły). Zatem:

$$1)\quad E_{kin\ obr\ A} = E_{pot\ S}$$

Skorzystamy ze wzorów na energię kinetyczną ruchu obrotowego względem danej osi i energię potencjalną w jednorodnym polu grawitacyjnym:

$$2)\quad \frac{1}{2} I_A \omega^2 = mgh_S \qquad \rightarrow \qquad 3)\quad \frac{1}{2} I_A \omega^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o$$

Skorzystamy ze związku między prędkością kątową ω a prędkością liniową v_B punktu B oraz ze wzoru na moment bezwładności względem punktu A.

$$4)\quad v_B = \omega l \qquad \text{oraz} \qquad I_A = \frac{1}{3} ml^2$$

Związki zapisane w punkcie 4) podstawimy do równania 3) i wykonamy przekształcenia:

$$5)\quad \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} ml^2 \cdot \left(\frac{v_B}{l}\right)^2 = mg\left(\frac{l}{2}\right)\sin\alpha_o \qquad \rightarrow \qquad 6)\quad \frac{1}{3} {v_B}^2 = gl\sin\alpha_o$$

Ostatecznie otrzymujemy wzór na prędkość końcową punktu B:

$$7)\quad v_B = \sqrt{3gl\sin\alpha_0}$$

Obliczymy prędkość końcową kulki. Zastosujemy zasadę zachowania energii do wyznaczenia prędkości, z jaką kulka opadnie na podłoże opuszczona z wysokości początkowego położenia punktu B. Kulkę traktujemy jako punkt materialny, zatem:

$$8)\quad m_k g h_B = \frac{1}{2} m_k v_k^2 \qquad \rightarrow \qquad 9)\quad gl\sin\alpha_0 = \frac{1}{2} v_k^2$$

$$10)\quad v_k = \sqrt{2gl\sin\alpha_0}$$

Na podstawie wzorów 7) i 10) obliczymy iloraz wartości prędkości:

$$11)\quad \frac{v_B}{v_k} = \frac{\sqrt{3gl\sin\alpha_0}}{\sqrt{2gl\sin\alpha_0}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1{,}22$$