Zadanie 3.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej […]. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPF

Zadanie 3.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.9) stosuje do obliczeń związki między promieniem okręgu, prędkością kątową, prędkością liniową […]; II.11) opisuje ruch niejednostajny po okręgu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kątowego oraz momentu bezwładności […].

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda (zastosowanie zasad dynamiki) wyznaczenia przyśpieszenia liniowego a ciężarka poprzez g **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru końcowego.

3 pkt – poprawne zapisanie kompletu równań pozwalających wyznaczyć wartość przyśpieszenia liniowego a, tzn. spełnienie warunku za 2 pkt **oraz** uwzględnienie równości wartości sił, z jakimi linka działa na ciężarek i walec, **oraz** uwzględnienie związku między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym, **oraz** zastosowanie wzorów na moment bezwładności walca i siłę grawitacji, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2}mR^2\frac{a}{R} = RT \quad \text{oraz} \quad ma = F - T \quad \text{oraz} \quad ma = mg - F$$

2 pkt – poprawne zapisanie równań ruchu wyrażających drugą zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca **oraz** ruchu postępowego walca, **oraz** ruchu postępowego ciężarka, **oraz** uwzględnienie równości przyśpieszeń walca i ciężarka:

$$I\epsilon = RT \quad \text{oraz} \quad ma = F_1 - T \quad \text{oraz} \quad ma = F_g - F_2$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego drugą zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego drugą zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca albo ciężarka, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I\epsilon = RT \quad \text{oraz} \quad \{ma_w = F_1 - T \quad \text{albo} \quad ma_c = F_g - F_2\}$$

LUB

– poprawne zapisanie równań ruchu wyrażających drugą zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** ciężarka, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma_w = F_1 - T \quad \text{oraz} \quad ma_c = F_g - F_2$$

Uwaga! W obu warunkach za 1 pkt nie musi być uwzględniona równość przyśpieszeń walca i ciężarka oraz równość sił, z jakimi linka działa na ciężarek oraz walec.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda (zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej) wyznaczenia przyśpieszenia liniowego a ciężarka poprzez g **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru końcowego.

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia przyśpieszenia liniowego ciężarka, tzn. spełnienie warunków za 2 pkt **oraz** zastosowanie wzoru na moment bezwładności walca, **oraz** zastosowanie związku między prędkością a przyśpieszeniem i drogą w ruchu jednostajnie przyśpieszonym bez prędkości początkowej

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\cdot\frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{oraz} \quad v^2 = 2ah$$

2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** poprawne zastosowanie wzorów na energię kinetyczną ruchu postępowego walca i ciężarka, energię kinetyczną ruchu obrotowego walca i energię potencjalną ciężarka, **oraz** zastosowanie związku między prędkością kątową walca a prędkością liniową walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{oraz} \quad v = \omega R$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** wyodrębnienie w tym równaniu energii kinetycznych ruchu postępowego walca, ruchu postępowego ciężarka, ruchu obrotowego walca i energii potencjalnej ciężarka, np. zapisy równoważne poniższym:

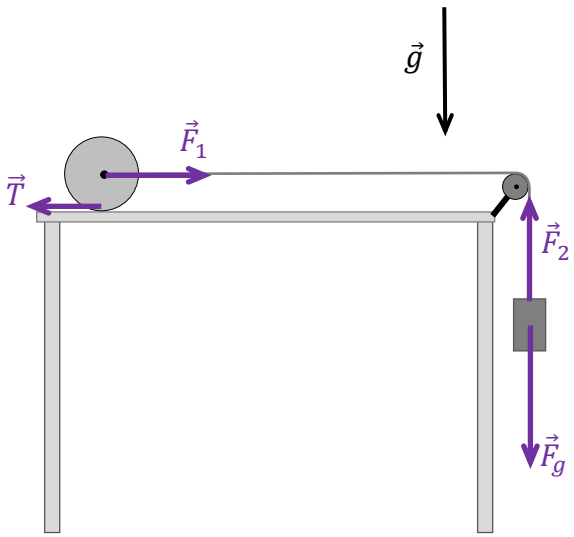
$$E_{pot\ ciez} = E_{kin\ wal\ post} + E_{kin\ wal\ obr} + E_{kin\ ciez}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1. (z zastosowaniem równań dynamiki)

Oznaczymy i opiszemy siły działające na walec i ciężarek. Na walec działa siła reakcji linki $\vec{F}_1$ oraz siła tarcia statycznego $\vec{T}$. Na ciężarek działa siła grawitacji $\vec{F}_g$ oraz siła reakcji linki $\vec{F}_2$. Zgodnie z przyjętym modelem zjawiska zapiszemy równania ruchu wyrażające drugą zasadę dynamiki dla ruchu postępowego ciężarka oraz ruchu postępowego i obrotowego walca. Uwzględnimy fakt, że wartości przyśpieszeń liniowych ciężarka i walca są sobie równe (linka jest nierozciągliwa), wartości sił reakcji linki działających na walec i ciężarek są sobie równe (III zasada dynamiki, masę bloczka i linki pomijamy), masy ciężarka i bloczka są sobie równe:



$$\begin{cases} I\epsilon = RT \\ m_w a_w = F_1 - T \\ m_c a_c = F_g - F_2 \end{cases} \quad \text{oraz} \quad \begin{cases} F_1 = F_2 = F \\ a_w = a_c = a \\ m_w = m_c = m \end{cases} \quad \text{zatem} \quad \begin{cases} I\epsilon = RT \\ ma = F - T \\ ma = F_g - F \end{cases}$$

Uwzględnimy związek $a = \epsilon R$ (wynikający z toczenia się bez poślizgu) między przyśpieszeniem kątowym walca a przyśpieszeniem liniowym walca (i ciężarka), a ponadto wstawimy wyrażenia na moment bezwładności I walca oraz siłę grawitacji:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}mR^2\frac{a}{R} = RT \\ ma = F - T \\ ma = mg - F \end{cases}$$

Z powyższego układu równań wyznaczymy a:

$$\begin{cases} \frac{ma}{2} = T \\ ma = F - T \\ ma = mg - F \end{cases} \xrightarrow{1)\to 2)} \begin{cases} ma = F - \frac{ma}{2} \\ ma = mg - F \end{cases} \xrightarrow{2)+3)} 2ma = mg - \frac{ma}{2} \quad \to$$

$$a = \frac{2}{5}g$$

Sposób 2. (z zastosowaniem zasady zachowania energii mechanicznej)

Zgodnie z przyjętym modelem zjawiska energia mechaniczna pozostaje stała podczas ruchu ciężarka i walca. W chwili początkowej energia mechaniczna układu jest równa energii potencjalnej ciężarka oraz walca. Gdy ciężarek obniży się o wysokość h, to energia mechaniczna układu będzie równa sumie energii kinetycznych walca i ciężarka i energii potencjalnej walca (przyjmujemy, że ciężarek po obniżeniu się o h będzie miał energię potencjalną równą zero):

$$E_{pot\ wal} + E_{pot\ ciez} = E_{kin\ wal} + E_{kin\ ciez} + E_{pot\ wal}$$

Energia potencjalna walca nie zmienia się, a energia kinetyczna walca jest równa sumie energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego względem środka masy, zatem:

$$E_{pot\ ciez} = E_{kin\ wal\ post} + E_{kin\ wal\ obr} + E_{kin\ ciez}$$

Zastosujemy wzory na wymienione powyżej energie kinetyczne:

$$mgh = \frac{1}{2}m_w v_w^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m_c v_c^2$$

Wykorzystamy związek kinematyczny między przyśpieszeniem a drogą i prędkością w ruchu jednostajnie przyśpieszonym bez prędkości początkowej, związek między prędkością kątową i liniową (dla toczenia się bez poślizgu), wyrażenie na moment bezwładności walca oraz fakt, że wartości prędkości ciężarka i walca oraz ich masy są sobie równe:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\cdot\frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$gh = \frac{5}{4}v^2 \xrightarrow{v^2=2as,\ s=h} gh = \frac{5}{4}\cdot 2ah \quad \to \quad a = \frac{2}{5}g$$