Zadanie 3.1. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie […]); I.7) wyodrębnia z tekstów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.1) opisuje ruch względem różnych układów odniesienia. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wpisanie wartości v_A prędkości punktu A oraz poprawne wpisanie wartości v_B prędkości punktu B.

1 pkt – poprawne wpisanie wartości v_A prędkości punktu A

LUB

– poprawne wpisanie wartości v_B prędkości punktu B.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

$$v_A = \text{5} \ldots\ldots \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_B = \text{2,5} \cdot \sqrt{2} \ldots\ldots \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Uwaga dodatkowa

Wpisanie liczby zaokrąglonej do co najmniej dwóch cyfr znaczących: $v_B = 3{,}5 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ należy uznać jako poprawne wpisanie wartości v_B prędkości punktu B.

Zadanie 3.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.17) opisuje opory ruchu ([…] tarcie statyczne, […]); […] omawia rolę tarcia na wybranych przykładach. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kątowego oraz momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia współrzędnej T_x siły tarcia tylko za pomocą F **oraz** poprawna weryfikacja założenia o zwrocie siły tarcia **oraz** poprawne narysowanie siły tarcia.

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia współrzędnej T_x siły tarcia (zgodnie z założonym zwrotem siły tarcia) tylko za pomocą F **oraz** zapisanie prawidłowego wyniku równoważnego poniższemu:

$|T_x| = \frac{1}{3}F$ lub $\left(T = -\frac{1}{3}F \quad \text{gdy założono} \quad T_x = -T\right)$

2 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca, **oraz** zapisanie siły wypadkowej i wypadkowego momentu sił w obu równaniach ruchu zgodnie z założonym zwrotem siły tarcia, **oraz** uwzględnienie związku między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$ma = F - T$ oraz $I_0 \cdot \frac{a}{R} = R(F + T)$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem osi symetrii, **oraz** zapisanie wartości siły wypadkowej jako $F_w = F - T$ lub zapisanie wzoru na wypadkowy moment sił $M = R(F + T)$, wszystko zgodnie z założonym zwrotem siły tarcia (przeciwnym do zwrotu osi x), np. zapisy równoważne poniższym:

$ma = F - T$ oraz $I_0\epsilon = M$

albo

$ma = F_w$ oraz $I_0\epsilon = R(F + T)$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia współrzędnej T_x siły tarcia tylko za pomocą F **oraz** poprawna weryfikacja założenia o zwrocie siły tarcia **oraz** poprawne narysowanie tej siły.

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia współrzędnej T_x siły tarcia (zgodnie z założonym zwrotem siły tarcia) tylko za pomocą F **oraz** zapisanie wyniku równoważnego poniższemu:

$|T_x| = \frac{1}{3}F$ lub $\left(T = \frac{1}{3}F \quad \text{gdy założono} \quad T_x = T\right)$

2 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca, **oraz** zapisanie siły wypadkowej i wypadkowego momentu sił w obu równaniach ruchu zgodnie z założonym zwrotem siły tarcia, **oraz** uwzględnienie związku między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$ma = F + T$ oraz $I_0 \cdot \frac{a}{R} = R(F - T)$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem osi symetrii, **oraz** zapisanie wartości siły wypadkowej jako $F_w = F + T$ lub zapisanie wzoru na wypadkowy moment sił $M = R(F - T)$, wszystko zgodnie z założonym zwrotem siły tarcia (zgodnym ze zwrotem osi x), np. zapisy równoważne poniższym:

$ma = F + T$ oraz $I_0\epsilon = M$

albo

$ma = F_w$ oraz $I_0\epsilon = R(F - T)$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Na walec w kierunku poziomym działają siły: siła tarcia statycznego $\vec{T}$ oraz siła $\vec{F}$. Obie siły mają niezerowe momenty względem osi obrotu walca.

Przyjmiemy arbitralnie, że siła tarcia statycznego ma zwrot przeciwny do zwrotu osi x. Zatem przyjmiemy do równań ruchu, że:

$$T_x = -T$$

dla pewnej liczby T (o której początkowo myślimy jako o wartości siły tarcia). Nasze założenie zweryfikujemy na podstawie analizy znaku wyznaczonej współrzędnej T_x siły tarcia $\vec{T}$.

Zapiszemy równania wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca oraz dla ruchu obrotowego walca (względem osi symetrii). Przy założeniu, że siła tarcia ma przeciwny zwrot do siły $\vec{F}$, to wartości obu sił się odejmą, a wartości momentów obu sił się dodadzą (obie siły „kręcą” prawoskrętnie):

$$\begin{cases} ma = F - T \\ I_0\epsilon = R(F + T) \end{cases}$$

Zastosujemy związek $a = \epsilon R$ między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym w przypadku toczenia się bez poślizgu oraz wzór na moment bezwładności walca:

$$\begin{cases} ma = F - T \\ \frac{1}{2}mR^2\frac{a}{R} = R(F+T) \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} ma = F - T \\ \frac{1}{2}ma = F + T \end{cases}$$

Z powyższego układu równań wyznaczymy T:

$$\frac{1}{2}(F-T) = F + T \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}F - \frac{1}{2}T = F + T \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{2}F = \frac{3}{2}T$$

Ostatecznie otrzymujemy:

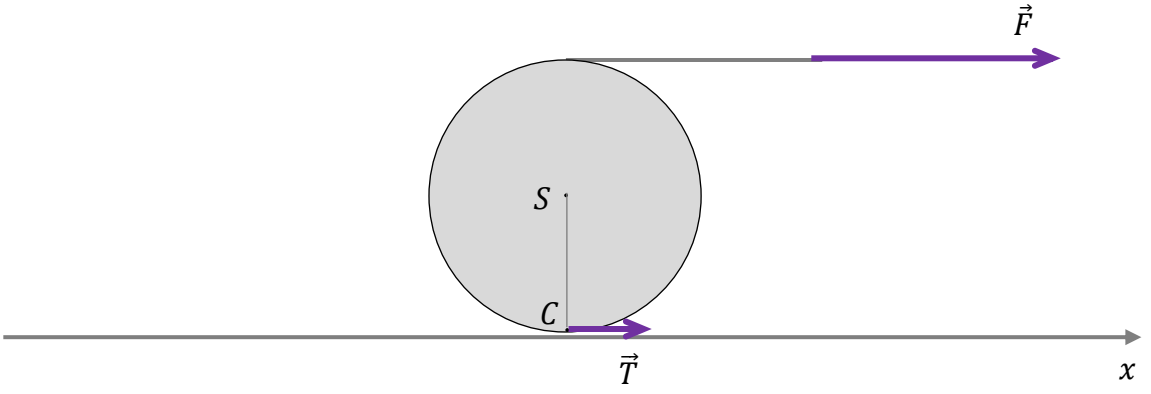
$$T = -\frac{1}{3}F$$

Ustalenie zwrotu siły tarcia

Przeanalizujemy znak współrzędnej siły tarcia. Zweryfikujemy nasze założenie o zwrocie siły tarcia z wynikiem, który otrzymaliśmy po rozwiązaniu równań:

$$\left(T_x = -T \quad \text{oraz} \quad T = -\frac{1}{3}F\right) \quad \rightarrow \quad T_x = \frac{1}{3}F$$

Współrzędna T_x siły tarcia okazała się dodatnia, zatem siła tarcia ma zwrot zgodny ze zwrotem osi x.



Sposób 2.

Na walec w kierunku poziomym działają siły: siła tarcia statycznego $\vec{T}$ oraz siła $\vec{F}$. Obie siły mają niezerowe momenty względem osi obrotu walca.

Przyjmiemy arbitralnie, że siła tarcia statycznego ma zwrot zgodny ze zwrotem osi x. Zatem przyjmiemy do równań ruchu, że:

$$T_x = +T$$

dla pewnej liczby T (o której początkowo myślimy jako o wartości siły tarcia). Nasze założenie zweryfikujemy na podstawie analizy znaku wyznaczonej współrzędnej T_x siły tarcia $\vec{T}$.

Zapiszemy równania wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca oraz dla ruchu obrotowego walca (względem osi symetrii). Przy założeniu, że siła tarcia ma ten sam zwrot co siła $\vec{F}$, to wartości obu sił się dodadzą, a wartości momentów obu sił się odejmą (siła $\vec{F}$ „kręci” prawoskrętnie, a $\vec{T}$ „kręci” lewoskrętnie):

$$\begin{cases} ma = F + T \\ I_0\epsilon = R(F - T) \end{cases}$$

Zastosujemy związek $a = \epsilon R$ między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym w przypadku toczenia się bez poślizgu oraz wzór na moment bezwładności walca:

$$\begin{cases} ma = F + T \\ \frac{1}{2}mR^2\frac{a}{R} = R(F - T) \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} ma = F + T \\ \frac{1}{2}ma = F - T \end{cases}$$

Z powyższego układu równań wyznaczymy wartość T siły tarcia:

$$\frac{1}{2}(F + T) = F - T \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}F + \frac{1}{2}T = F - T \quad \rightarrow \quad \frac{3}{2}T = \frac{1}{2}F$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$T = \frac{1}{3}F$$

Ustalenie zwrotu siły tarcia

Przeanalizujemy znak współrzędnej siły tarcia. Zweryfikujemy nasze założenie o zwrocie siły tarcia z wynikiem, który otrzymaliśmy po rozwiązaniu równań:

$$\left(T_x = +T \quad \text{oraz} \quad T = \frac{1}{3}F\right) \quad \rightarrow \quad T_x = \frac{1}{3}F$$

Współrzędna T_x siły tarcia okazała się dodatnia, zatem siła tarcia ma zwrot zgodny ze zwrotem osi x.

