Zadanie 3.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości; posługuje się pojęciem ruchu harmonicznego […]; V.4) analizuje zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu dla ciała w ruchu drgającym harmonicznym oraz interpretuje wykresy tych zależności; V.6) oblicza energię potencjalną sprężystości i uwzględnia ją w analizie przemian energii.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

FPP

Zadanie 3.2. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk […]; I.7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości […].

Zasady oceniania

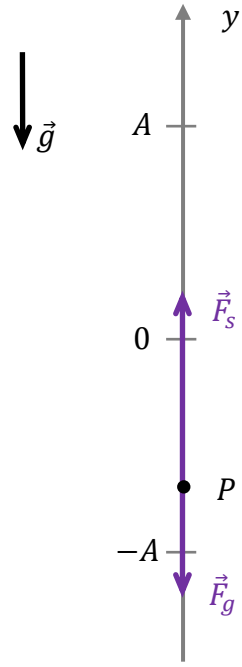
2 pkt – narysowanie **oraz** podpisanie wektora siły sprężystości $\vec{F}_S$, **oraz** wektora siły grawitacji $\vec{F}_g$ (zaczepionych w punkcie P) z poprawnym uwzględnieniem kierunku, zwrotu i relacji między wartościami (długościami) tych wektorów, **oraz** zapisanie poprawnej relacji między wartościami sił.

1 pkt – narysowanie **oraz** podpisanie wektora siły sprężystości $\vec{F}_S$, **oraz** wektora siły grawitacji $\vec{F}_g$ (zaczepionych w punkcie P) z poprawnym uwzględnieniem kierunków i zwrotów tych wektorów.
Uwaga! W tym kryterium za 1 pkt nie uwzględnia się relacji między wartościami wektorów (zarówno na rysunku jak i w zapisie nierówności).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

$F_s \ldots\ldots > \ldots\ldots F_g$



Zadanie 3.3. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. V.1) opisuje proporcjonalność siły sprężystości do wydłużenia; posługuje się pojęciem współczynnika sprężystości i jego jednostką; V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości; V.5) stosuje do obliczeń zależność okresu małych drgań […] ciężarka na sprężynie od ich parametrów.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $F_{s\,max} \approx 1{,}92$ N

3 pkt – zapisanie równania wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu drgającego ciężarka **oraz** zapisanie (lub uwzględnienie w równaniu) poprawnego wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** wykorzystanie związku między przyśpieszeniem maksymalnym a prędkością maksymalną i okresem w ruchu drgającym, np. zapisy równoważne poniższym:

$ma_{max} = F_{wyp\,max}$ oraz $F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$ oraz $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max}$

albo w jednym równaniu:

$m\left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max} = F_{s\,max} - F_g$

2 pkt – zapisanie równania wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu drgającego ciężarka **oraz** zapisanie (lub uwzględnienie w równaniu) poprawnego wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$ma_{max} = F_{s\,max} - F_g$

LUB

– zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu **oraz** wykorzystanie związku między przyśpieszeniem maksymalnym a prędkością i okresem (albo związków między prędkością a amplitudą i okresem oraz między przyśpieszeniem a amplitudą i okresem) w ruchu drgającym prostym, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$ oraz $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max}$

albo

$F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$ oraz $\left(a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \text{ oraz } v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A\right)$

1 pkt – zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$

LUB

– zapisanie związku między przyśpieszeniem maksymalnym a prędkością i okresem (albo związków między prędkością a amplitudą i okresem oraz między przyśpieszeniem a amplitudą i okresem) w ruchu drgającym prostym **oraz** identyfikacja/określenie okresu z wykresu, np. zapisy równoważne poniższym:

$a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max}$ oraz $T = 0{,}4$ s

albo

$\left(a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \text{ oraz } v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A\right)$ oraz $T = 0{,}4$ s

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $F_{s\,max} \approx 1{,}92$ N

3 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie warunku równowagi sił, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między amplitudą drgań a okresem i prędkością maksymalną w ruchu drgającym prostym, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s\,max} = k(y_0 + A) \quad \text{oraz} \quad ky_0 = mg \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{oraz} \quad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

albo w jednym równaniu:

$$F_{s\,max} = ky_0 + kA = mg + \left(\frac{2\pi}{T}\right)mv_{max}$$

2 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie warunku równowagi sił, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s\,max} = k(y_0 + A) \quad \text{oraz} \quad ky_0 = mg$$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s\,max} = k(y_0 + A) \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między amplitudą drgań a okresem i prędkością maksymalną w ruchu drgającym prostym, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s\,max} = k(y_0 + A) \quad \text{oraz} \quad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

1 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań

(równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{s\,max} = k(y_0 + A)$ y_0 – wydłużenie sprężyny w położeniu równowagi

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 3.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $F_{s\,max} \approx 1{,}92$ N

3 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{s\,max} - F_g = kA$ oraz $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$ oraz $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$

albo w jednym równaniu:

$$F_{s\,max} - F_g = kA = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)}$$

2 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{w\,max} = kA$ oraz $F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g$ oraz $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$

albo w jednym równaniu

$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A = F_{s\,max} - F_g$$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{w\,max} = kA$ oraz $F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g$ oraz $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$

albo w jednym równaniu

$$k\frac{v_{max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)} = F_{s\,max} - F_g$$

1 pkt – zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{w\,max} = kA$ oraz $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{w\,max} = kA$ oraz $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$

Uwaga! W drugim i trzecim kryterium za 1 pkt nie oceniamy poprawności określenia siły wypadkowej.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 4. – energetycznym)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $F_{s\,max} \approx 1{,}92$ N

3 pkt – zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi **oraz** poprawne wykorzystanie wzorów na wszystkie rodzaje energii, **oraz** poprawne wykorzystanie dwóch związków spośród czterech: $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$ lub $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$ lub $ky_0 = mg$ lub $F_{s\,max} = k(y_0 + A)$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\frac{1}{2}k(y_0 + A)^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA$

oraz

$\left(v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A \quad \text{lub} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{lub} \quad ky_0 = mg \quad \text{lub} \quad F_{s\,max} = k(y_0 + A)\right)$

2 pkt – zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi **oraz** poprawne wykorzystanie wzorów na wszystkie rodzaje energii, np. zapisy równoważne poniższym:

$\frac{1}{2}k(y_0 + A)^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA$

LUB

– zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi **oraz** poprawne wykorzystanie dwóch związków spośród czterech: $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A$ lub $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$ lub $ky_0 = mg$ lub $F_{s\,max} = k(y_0 + A)$, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{pot\,spr\,max} = E_{kin\,rownowagi} + E_{pot\,spr\,rownowagi} + E_{pot\,graw\,rownowagi}$ oraz

$\left(v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A \quad \text{lub} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{lub} \quad ky_0 = mg \quad \text{lub} \quad F_{s\,max} = k(y_0 + A)\right)$

1 pkt – zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{pot\,spr\,max} = E_{kin\,rownowagi} + E_{pot\,spr\,rownowagi} + E_{pot\,graw\,rownowagi}$

Uwaga! W tym kryterium za 1 pkt nie oceniamy poprawności wyrażenia tych energii wzorami.

LUB

– zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. w chwili maksymalnego wychylenia i chwili przechodzenia ciężarka przez położenie równowagi **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{mech\,max\,wych} = E_{mech\,rownowagi}$ oraz $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$

LUB

– zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. w chwili maksymalnego wychylenia i chwili przechodzenia ciężarka przez położenie równowagi **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{mech\,max\,wych} = E_{mech\,rownowagi}$ oraz $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A$

Uwaga! W drugim i trzecim kryterium za 1 pkt nie oceniamy poprawności rozpisania energii mechanicznej jako sumy odpowiednich rodzajów energii, tylko w ogóle sam fakt przyrównania energii mechanicznej w danych chwilach.

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{s\,max} = k(y_0 + A)$ y_0 – wydłużenie sprężyny w położeniu równowagi

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Przyśpieszenie maksymalne a_{max} zdający może oszacować na podstawie wykresu, tzn. jako iloraz małego przyrostu prędkości do czasu w otoczeniu $v \approx 0$, np.:

$$a_{max} \approx \frac{\Delta v}{\Delta t}\,(v \approx 0) \approx \frac{0{,}225\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}025\ \mathrm{s}} = 9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

W takiej sytuacji należy oceniać zgodnie z zasadami oceniania i równoważnie temu, jak gdyby zdający wyznaczał przyśpieszenie ze wzoru $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max}$. Przy takiej metodzie jako poprawny należy uznać wynik mieszczący się w przedziale od $1{,}8$ N do $2{,}0$ N.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

W najniższym położeniu podczas drgań siła sprężystości działająca na ciężarek ma największą wartość i ponadto większą od wartości ciężaru ciężarka. Zatem wartość siły wypadkowej działającej na ciężarek jest równa:

$$F_{wyp\ max} = F_{s\ max} - F_g$$

Zapiszemy równanie wyrażające II zasadę dynamiki dla ruchu drgającego ciężarka, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu i uwzględnimy wzór na siłę grawitacji:

$$ma_{max} = F_{s\ max} - mg$$

Zastosujemy związek między przyśpieszeniem maksymalnym a prędkością maksymalną i okresem w ruchu drgającym prostym:

$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max} = F_{s\ max} - mg$$

Powyższe równanie przekształcimy, podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s\ max} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max} + mg \quad \rightarrow \quad F_{s\ max} = m\left(\frac{2\pi v_{max}}{T} + g\right)$$

$$F_{s\ max} = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3{,}142 \cdot 0{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}4\ \mathrm{s}} + 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \approx 1{,}92\ \mathrm{N}$$

Sposób 2.

W najniższym położeniu podczas drgań siła sprężystości działająca na ciężarek ma największą wartość, ponieważ wydłużenie y_{max} sprężyny ponad długość swobodną jest wtedy największe. Wydłużenie y_{max} jest równe sumie amplitudy drgań (A) i wydłużenia (y_0) sprężyny ponad jej długość swobodną, gdy znajduje się ona w położeniu równowagi sił. Zatem siła sprężystości w najniższym położeniu drgań ma wartość:

$$F_{s\ max} = ky_{max} = k(A + y_0) \qquad \rightarrow \qquad F_{s\ max} = kA + ky_0$$

Zapiszemy warunek, gdy ciężarek znajduje się w położeniu równowagi sił (sprężystości i grawitacji):

$$F_{s\,0} = F_g \qquad \rightarrow \qquad ky_0 = mg$$

Powyższy warunek uwzględnimy w równaniu na wartość siły sprężystości w najniższym położeniu:

$$F_{s\,max} = kA + mg$$

Do powyższego równania zastosujemy związki między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań oraz między prędkością maksymalną a okresem drgań i amplitudą w ruchu drgającym prostym:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \qquad \text{oraz} \qquad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A$$

Zatem:

$$F_{s\,max} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)} + mg = m\left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max} + mg$$

Do powyższego równania podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s\,max} = 0{,}1\ \text{kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3{,}142 \cdot 0{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}4\ \text{s}} + 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \approx 1{,}92\ \text{N}$$

Sposób 3.

W najniższym położeniu podczas drgań siła sprężystości działająca na ciężarek ma największą wartość i ponadto większą od wartości ciężaru ciężarka. Zatem wartość siły wypadkowej działającej na ciężarek jest równa:

$$F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$$

Siła wypadkowa powoduje drgania harmoniczna, a zatem siła wypadkowa jest siłą harmoniczną, czyli jej wartość jest proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi. Zatem w maksymalnym wychyleniu mamy:

$$kA = F_{s\,max} - mg$$

Do powyższego równania zastosujemy związki między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań oraz między prędkością maksymalną a okresem drgań i amplitudą w ruchu drgającym prostym:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \qquad \text{oraz} \qquad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A$$

Zatem:

$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)} = F_{s\,max} - mg$$

Do powyższego równania podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s\,max} = 0{,}1\ \text{kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3{,}142 \cdot 0{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}4\ \text{s}} + 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \approx 1{,}92\ \text{N}$$

Sposób 4. (rozwiązanie energetyczne)

Skorzystamy z zasady zachowania energii mechanicznej układu. Przyrównamy energię mechaniczną układu w chwili maksymalnego rozciągnięcia sprężyny do energii mechanicznej w chwili przechodzenia ciężarka przez położenie równowagi. Poziom zera energii potencjalnej grawitacji przyjmiemy w miejscu ciężarka, gdy sprężyna jest maksymalnie rozciągnięta – wtedy także energia kinetyczna jest równa zero. Zapiszemy równanie:

$$E_{pot\ spr\ max} = E_{kin\ rownowagi} + E_{pot\ spr\ rownowagi} + E_{pot\ graw\ rownowagi}$$

Wykorzystamy wzory na energię potencjalną sprężystości, energię potencjalną grawitacji oraz energię kinetyczną:

$$\frac{1}{2}k(y_0 + A)^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA$$

Przekształcimy i uprościmy powyższe równanie:

$$\frac{1}{2}ky_0^2 + \frac{1}{2}2ky_0A + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA \quad \rightarrow$$

$$ky_0A + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

Przekształcimy lewą stronę równania, aby wykorzystać wzór na maksymalną wartość siły sprężystości: $F_{s\ max} = k(y_0 + A)$. Kolejno:

$$ky_0A + kA^2 - \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

$$Ak(y_0 + A) - \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

$$AF_{s\ max} - \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

$$F_{s\ max} = \frac{1}{2}kA + \frac{1}{2}m\frac{v_{max}^2}{A} + mg$$

Do otrzymanego równania zastosujemy związki:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \qquad \text{oraz} \qquad v_{max} = \omega A \qquad \text{gdzie} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Zatem:

$$F_{s\ max} = \frac{1}{2}\omega^2 m \cdot \frac{v_{max}}{\omega} + \frac{1}{2}m \cdot \omega v_{max} + mg = \frac{1}{2}m\omega v_{max} + \frac{1}{2}m\omega v_{max} + mg$$

$$F_{s\ max} = m\omega v_{max} + mg = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)v_{max} + mg$$

Do powyższego równania podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s\ max} = 0{,}1\ \text{kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3{,}142 \cdot 0{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}4\ \text{s}} + 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \approx 1{,}92\ \text{N}$$