Zadanie 4.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: IV.5) […] stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 4.2. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. IV.7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu orbitalnego […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zapisanie trzech relacji.
1 pkt – poprawne zapisanie dwóch relacji.
0 pkt – niepoprawne zapisanie dwóch albo trzech relacji albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

$$E_{kinA} \text{ .....}>\text{..... } E_{kinB}$$
$$E_{potA} \text{ .....}<\text{..... } E_{potB}$$
$$E_{mechA} \text{ .....}<\text{..... } E_{mechB}$$

Zadanie 4.3. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych i siły grawitacji planet na ruch ich księżyców; IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu; omawia ruch satelitów wokół Ziemi; IV.6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPF

Zadanie 4.4. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu […]; IV.7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu orbitalnego […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wyrażenia na pracę siły ciągu silników **oraz** podanie prawidłowej postaci tego wyrażenia (jak w wyrażeniu 7) w przykładowym rozwiązaniu)

2 pkt – zapisanie pracy siły ciągu jako różnicy energii mechanicznych satelity na orbitach **oraz** zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji z uwzględnieniem wyrażeń na te energie **oraz** identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej z uwzględnieniem wyrażeń na te siły (lub zapisanie wzoru na prędkość orbitalną), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$W_{AB} = E_B - E_A \quad \text{oraz} \quad E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Zm}{r_A}\right) \quad \text{oraz} \quad \frac{mv_A^2}{r_A} = \frac{GM_Zm}{r_A^2}$$

LUB

– poprawna metoda wyprowadzenia wzoru (z wyeliminowaną) prędkością na energię mechaniczną satelity na orbicie (tzn. zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji z uwzględnieniem wyrażeń na te energie **oraz** identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej z uwzględnieniem wyrażeń na te siły (lub zapisanie wzoru na prędkość orbitalną)) **oraz** podanie prawidłowego wyrażenia, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Zm}{r_A}\right) \quad \text{oraz} \quad \frac{mv_A^2}{r_A} = \frac{GM_Zm}{r_A^2} \quad \text{oraz} \quad E_A = -\frac{1}{2}\frac{GM_Zm}{r_A}$$

1 pkt – zapisanie pracy siły ciągu jako różnicy energii mechanicznych satelity na orbitach **oraz** zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$W_{AB} = E_B - E_A \quad \text{oraz} \quad E_A = E_{kin\,A} + E_{pot\,A}$$

LUB

– zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji **oraz** identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej, np. zapisy (lub równoważne):

$$E_A = E_{kin\,A} + E_{pot\,A} \quad \text{oraz} \quad F_{do} = F_g$$

LUB

– zapisanie dla orbity $\mathcal{A}$ lub $\mathcal{B}$ energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji **oraz** poprawne zapisanie wyrażeń na energię kinetyczną i potencjalną grawitacji, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Zm}{r_A}\right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Praca, jaką wykonała siła ciągu silników podczas przemieszczania satelity S_A z orbity $\mathcal{A}$ na orbitę $\mathcal{B}$, jest równa różnicy energii mechanicznych E_B i E_A, jakie ma ten satelita, gdy porusza się swobodnie po orbitach $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$:

$$1) \quad W_{AB} = E_B - E_A$$

Wyprowadzimy wyrażenie na energię mechaniczną, gdy satelity S_A porusza się swobodnie z prędkością v_A po orbicie kołowej $\mathcal{A}$ o promieniu r_A (analogicznie będzie dla orbity $\mathcal{B}$). Energia mechaniczna jest równa sumie energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji:

$$2) \quad E_A = E_{kin\,A} + E_{pot\,A} = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Zm}{r_A}\right)$$

Wykorzystamy fakt, że siła grawitacji pełni rolę siły dośrodkowej:

$$3) \quad \frac{mv_A^2}{r_A} = \frac{GM_Zm}{r_A^2} \qquad \rightarrow \quad 4) \quad mv_A^2 = \frac{GM_Zm}{r_A}$$

Zależność 4) podstawimy do wzoru 2) na energię mechaniczną (w miejsce mv_A^2):

$$5) \quad E_A = \frac{1}{2}\frac{GM_Zm}{r_A} - \frac{GM_Zm}{r_A} = -\frac{1}{2}\frac{GM_Zm}{r_A}$$

Analogicznie wyprowadzilibyśmy wzór na energię mechaniczną satelity na orbicie $\mathcal{B}$:

$$6) \quad E_B = -\frac{1}{2}\frac{GM_Zm}{r_B}$$

Wzory 5) i 6) podstawimy do wyrażenia 1) na pracę siły ciągu silników:

$$7) \quad W_{AB} = -\frac{1}{2}\frac{GM_Zm}{r_B} - \left(-\frac{1}{2}\frac{GM_Zm}{r_A}\right) = \frac{GM_Zm}{2}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$