Zadanie 4.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych […]. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu; omawia ruch satelitów wokół Ziemi; IV.5) […] stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych […].

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPF

Zadanie 4.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 4.3. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.20) […] wykorzystuje równość między pracą siły wypadkowej i zmianą energii kinetycznej oraz zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu […]; IV.7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu pod wpływem siły grawitacji […].

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia pracy W_{AB} siły ciągu silników tylko przez wielkości: r_A, m, M_Z, G **oraz** podanie prawidłowego wzoru:

$$W_{AB} = \frac{GM_Z m}{3r_A}$$

3 pkt – zapisanie pracy siły ciągu silników jako różnicy energii mechanicznych **oraz** zapisanie energii mechanicznej satelity S_A (na orbicie O_A oraz na orbicie O_B) jako sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej grawitacji, **oraz** poprawne zastosowanie wzorów (zgodnie z oznaczeniami) na oba rodzaje energii, **oraz** identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej z wykorzystaniem wzorów na te siły (albo zapisanie wzoru na prędkość orbitalną), np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_{AB} = \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + \left(-\frac{GM_Z m}{r_B}\right)\right) - \left(\frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Z m}{r_A}\right)\right)$$

oraz

$$\left(\frac{mv_A^2}{r_A} = \frac{GM_Z m}{r_A^2} \quad \text{albo} \quad v_A = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_A}}\right)$$

LUB

– spełnienie warunków opisanych w drugim kryterium za 2 pkt **oraz** wyprowadzenie wzoru na energię mechaniczną z wyeliminowaną prędkością (na orbicie O_A lub na orbicie O_B), np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Z m}{r_A}\right) \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{mv_A^2}{r_A} = \frac{GM_Z m}{r_A^2} \quad \text{albo} \quad v_A = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_A}}\right) \rightarrow$$

$$E_A = -\frac{1}{2}\frac{GM_Z m}{r_A}$$

2 pkt – zapisanie pracy siły ciągu silników jako różnicy energii mechanicznych **oraz** zapisanie energii mechanicznej satelity S_A (na orbicie O_A oraz na orbicie O_B) jako sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej grawitacji, **oraz** poprawne zastosowanie wzorów (zgodnie z oznaczeniami) na oba rodzaje energii, np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_{AB} = \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + \left(-\frac{GM_Zm}{r_B}\right)\right) - \left(\frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Zm}{r_A}\right)\right)$$

LUB

– zapisanie energii mechanicznej satelity S_A (na orbicie O_A lub na orbicie O_B) jako sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej grawitacji **oraz** poprawne zastosowanie wzorów (zgodnie z oznaczeniami) na oba rodzaje energii, **oraz** identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej z wykorzystaniem wzorów na te siły (albo zapisanie wzoru na prędkość orbitalną), np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Zm}{r_A}\right) \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{mv_A^2}{r_A} = \frac{GM_Zm}{r_A^2} \quad \text{albo} \quad v_A = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_A}}\right)$$

1 pkt – zapisanie pracy siły ciągu silników jako różnicy energii mechanicznych (z oznaczenia lub innych zapisów musi wynikać, że chodzi o energię mechaniczną), np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_{AB} = E_{mech\,B} - E_{mech\,A} \quad \text{albo} \quad (W_{AB} = E_B - E_A \quad \text{oraz} \quad E_A = E_{kin\,A} + E_{pot\,gr\,A})$$

LUB

– zapisanie energii mechanicznej satelity S_A (na orbicie O_A lub na orbicie O_B) jako sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej grawitacji **oraz** poprawne zastosowanie wzorów (zgodnie z oznaczeniami) na oba rodzaje energii, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Zm}{r_A}\right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Praca, jaką wykonała siła ciągu silników podczas przemieszczania satelity S_A z orbity O_A na orbitę O_B, jest równa różnicy energii mechanicznych E_B i E_A, jakie ma satelita na orbitach O_B i O_A. Zatem:

$$1)\ W_{AB} = E_B - E_A$$

Wyprowadzimy wyrażenie na energię mechaniczną, gdy satelita porusza się swobodnie z prędkością orbitalną o wartości v_A po orbicie O_A.

Energia mechaniczna jest równa sumie energii kinetycznej i energii potencjalnej grawitacji:

$$2)\ E_A = E_{kin\,A} + E_{pot\,graw\,A} = \frac{1}{2}mv_A^2 + \left(-\frac{GM_Zm}{r_A}\right)$$

Następnie wyznaczymy wartość prędkości orbitalnej v_A. Wykorzystamy fakt, że siła grawitacji pełni rolę siły dośrodkowej:

$$3)\ \frac{mv_A^2}{r_A} = \frac{GM_Zm}{r_A^2} \qquad \rightarrow \qquad 3a)\ \ v_A^2 = \frac{GM_Z}{r_A}$$

Związek 3a) podstawimy do wzoru 2) na energię mechaniczną satelity na orbicie O_A:

$$4)\ E_A = \frac{1}{2}m\frac{GM_Z}{r_A} - \frac{GM_Zm}{r_A} = -\frac{1}{2}\frac{GM_Zm}{r_A}$$

Analogiczny wzór na energię mechaniczną obowiązuje dla satelity krążącego po orbicie O_B:

$$5)\ E_B = -\frac{1}{2}\frac{GM_Zm}{r_B}$$

Wyznaczymy pracę W_{AB}, jaką wykonała siła ciągu silników podczas przemieszczania satelity S_A z orbity O_A na orbitę O_B. Wzory 4) i 5) podstawimy do 1) oraz uwzględnimy relację pomiędzy promieniami orbit:

$$W_{AB} = -\frac{1}{2}\frac{GM_Zm}{r_B} - \left(-\frac{1}{2}\frac{GM_Zm}{r_A}\right) = \frac{GM_Zm}{2}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$W_{AB} = \frac{GM_Zm}{2}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{3r_A}\right) = \frac{GM_Zm}{2r_A}\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{GM_Zm}{2r_A}\cdot\frac{2}{3} = \frac{GM_Zm}{3r_A}$$