Zadanie 4.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPP

Zadanie 4.2. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości ambulansu **oraz** prawidłowy wynik liczbowy z jednostką: $v \approx 31\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia i zapisanie jednego równania, z którego można bezpośrednio wyznaczyć wartość prędkości ambulansu – metoda zawiera: wykorzystanie wzorów Dopplera (albo metody jak w sposobie 3. rozwiązania) z poprawnie zidentyfikowanymi częstotliwościami **oraz** zastosowanie związku falowego, **oraz** wykorzystanie warunku zadania, np.:

$$metoda \quad \rightarrow \quad 1{,}2 = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

albo

$$metoda \quad \rightarrow \quad \frac{1}{11} = \frac{v}{v_d}$$

2 pkt – zapisanie wzorów Dopplera z poprawnym zidentyfikowaniem f_A , f_B (albo Δf, f_0), v, v_d **oraz** wyprowadzenie ze związku falowego (lub zapisanie bez wyprowadzenia) adekwatnych zależności między częstotliwościami a długościami fal, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\begin{cases} f_A = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d - v} \\ f_B = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} f_A \approx f_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{v_d}\right) \\ f_B \approx f_0 \cdot \left(1 - \frac{v}{v_d}\right) \end{cases}\right) \quad \text{oraz} \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

albo

$$\frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{v}{v_d} \quad \text{oraz} \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}$$

albo (bezpośrednie zapisanie wzorów Dopplera z długościami fal)

$$\begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 \cdot \left(1 - \frac{v}{v_d}\right) \\ \lambda_B = \lambda_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{v_d}\right) \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} \lambda_A \approx \lambda_0 \cdot \frac{v_d}{v_d + v} \\ \lambda_B \approx \lambda_0 \cdot \frac{v_d}{v_d - v} \end{cases} \text{ lub } \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0} \approx \frac{v}{v_d}$$

LUB

– zapisanie wzorów na długości fal dźwiękowych docierających do $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ **oraz** zastosowanie związku falowego między okresem, długością fali w układzie źródła i prędkością dźwięku, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(\lambda_A = \lambda_0 - vT \;,\quad \lambda_B = \lambda_0 + vT) \quad \text{oraz} \quad v_d = \frac{\lambda_0}{T}$$

LUB

– poprawne wyprowadzenie wartości wyrażenia $\frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 - |\Delta\lambda| \\ \lambda_B = \lambda_0 + |\Delta\lambda| \end{cases} \quad \text{oraz} \quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 1{,}2 \quad \rightarrow \quad \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0} = \frac{1}{11}$$

1 pkt – zapisanie wzorów Dopplera z poprawnym zidentyfikowaniem f_A , f_B (albo Δf, f_0), v i v_d, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\begin{cases} f_A = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d - v} \\ f_B = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \quad \text{albo} \quad \begin{cases} f_A \approx f_0 \cdot \left(1 + \dfrac{v}{v_d}\right) \\ f_B \approx f_0 \cdot \left(1 - \dfrac{v}{v_d}\right) \end{cases} \quad \text{albo} \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{v}{v_d}$$

LUB

– wyprowadzenie ze związku falowego (lub zapisanie bez wyprowadzenia) zależności między częstotliwościami a długościami fal:

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \quad \text{albo} \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0}$$

LUB

– zapisanie wzorów na długości fal dźwiękowych docierających do $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$, jako odpowiednio różnicy i sumy długości fali źródła spoczywającego i drogi przebytej przez źródło w czasie okresu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\lambda_A = \lambda_0 - vT \ , \quad \lambda_B = \lambda_0 + vT$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi dodatkowe

1. Dotyczy rozwiązania sposobem 3a). Jeżeli zdający przyjmie błędną (lub błędnie obliczy) wartość ilorazu $\frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}$ i konsekwentnie doprowadzi rozwiązanie zadania do końca, to może otrzymać co najwyżej 3 pkt.
2. Jeżeli z zapisów zdającego jednoznacznie wynika, że przyjął przeciwny zwrot ruchu ambulansu **oraz** wszystkie dalsze zależności są zgodne z tym założeniem, **oraz** doprowadza konsekwentnie rozwiązanie do końca, to otrzymuje 3 pkt.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z wykorzystaniem dokładnych wzorów Dopplera)

Zapiszemy wzory Dopplera na częstotliwość f_A, jaką rejestruje $\mathcal{A}$, gdy ambulans zbliża się do niego oraz na częstotliwość f_B, jaką rejestruje $\mathcal{B}$, gdy ambulans oddala się od niego. Ze wzorów tych wyznaczymy iloraz rejestrowanych częstotliwości:

$$1) \quad \begin{cases} f_A = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d - v} \\ f_B = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \quad \rightarrow \quad 2) \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

gdzie v oznacza wartość prędkości ambulansu, v_d oznacza wartość prędkości dźwięku. Ze związku falowego wyprowadzimy wzór na iloraz długości fal. Prędkość dźwięku nie zależy od ruchu źródła dźwięku w ośrodku, zatem:

$$3) \quad \begin{cases} v_d = f_A \lambda_A \\ v_d = f_B \lambda_B \end{cases} \quad \rightarrow \quad 4) \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

gdzie λ_A i λ_B są odpowiednio długościami fali dźwiękowej docierającej do $\mathcal{A}$ i fali dźwiękowej docierającej do $\mathcal{B}$.

Wykorzystamy warunek zadania:

$$5)\quad \frac{f_A}{f_B}=\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=1{,}2$$

Wartość ilorazu 5) podstawiamy w miejsce lewej strony równania 2). Otrzymane w ten sposób równanie przekształcimy, podstawimy dane i obliczymy prędkość ambulansu.

$$6)\quad 1{,}2=\frac{v_d+v}{v_d-v}\quad\rightarrow\quad 1{,}2v_d-1{,}2v=v_d+v\quad\rightarrow\quad 0{,}2v_d=2{,}2v$$

$$7)\quad v=\frac{v_d}{11}\qquad\rightarrow\qquad 8)\quad v=\frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{11}\approx 30{,}9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\approx 31\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem przybliżonych wzorów Dopplera)

Zapiszemy przybliżone wzory Dopplera na częstotliwość f_A, jaką rejestruje $\mathcal{A}$, gdy ambulans zbliża się do niego, oraz na częstotliwość f_B, jaką rejestruje $\mathcal{B}$, gdy ambulans oddala się od niego. Z tych wzorów wyznaczymy iloraz częstotliwości:

$$1)\quad \begin{cases} f_A\approx f_0\cdot\left(1+\frac{v}{v_d}\right) \\ f_B\approx f_0\cdot\left(1-\frac{v}{v_d}\right)\end{cases}\qquad\rightarrow\qquad 2)\quad \frac{f_A}{f_B}=\frac{v_d+v}{v_d-v}$$

Ciąg dalszy rozwiązania jest taki sam, jak w sposobie 1., w punktach 3)–8).

Sposób 3. (bez użycia wzorów Dopplera)

Oznaczymy jako λ_0 długość fali, jaka byłaby emitowana z syreny ambulansu, który nie porusza się. Ponieważ ambulans porusza się w kierunku obserwatora $\mathcal{A}$, to porusza się także w kierunku powierzchni falowej wysłanej do obserwatora $\mathcal{A}$ (ambulans „goni" wysyłane przez siebie fale w kierunku $\mathcal{A}$). Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu (swoich drgań) w kierunku $\mathcal{A}$, będzie bliżej poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $s=vT$. Z drugiej strony ambulans oddala się od powierzchni falowej wysłanej w kierunku obserwatora $\mathcal{B}$. Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu w kierunku obserwatora $\mathcal{B}$, będzie dalej od poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $s=vT$. Stąd otrzymujemy:

$$1)\quad \begin{cases}\lambda_A=\lambda_0-vT \\ \lambda_B=\lambda_0+vT\end{cases}\qquad\rightarrow\qquad 2)\quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{\lambda_0+vT}{\lambda_0-vT}$$

Ze związku falowego (dla fali wysłanej z nieruchomej syreny ambulansu) otrzymujemy:

$$3)\quad v_d=\frac{\lambda_0}{T}\qquad\rightarrow\qquad 4)\quad \lambda_0=v_dT$$

Na podstawie równań 2) i 4) otrzymujemy:

$$5)\quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{v_dT+vT}{v_dT-vT}=\frac{v_d+v}{v_d-v}\qquad\rightarrow\qquad 6)\quad v=\frac{\frac{\lambda_B}{\lambda_A}-1}{\frac{\lambda_B}{\lambda_A}+1}v_d$$

Z warunku zadania mamy:

$$7) \quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 1{,}2$$

Zależność 7) podstawimy do równania 6) i obliczymy prędkość ambulansu:

$$v = \frac{1{,}2 - 1}{1{,}2 + 1} \cdot 340 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 30{,}9 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 31 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 3a. (metoda „mieszana”)

Zastosujemy przybliżony wzór Dopplera oraz przybliżoną zależność między parametrami fali i zmianami tych parametrów:

$$1) \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{v}{v_d} \qquad \text{oraz} \qquad 2) \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \qquad \rightarrow \qquad 3) \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{v}{v_d}$$

Z warunku zadania wyznaczymy $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$. Oznaczymy jako λ_0 długość fali, jaka byłaby emitowana z syreny ambulansu, który nie porusza się. Ponieważ ambulans porusza się w kierunku obserwatora $\mathcal{A}$, to kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu (swoich drgań) w kierunku $\mathcal{A}$, będzie bliżej poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $|\Delta\lambda| = \lambda_0 - \lambda_A$. Z drugiej strony, kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu w kierunku obserwatora $\mathcal{B}$, będzie dalej od poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $|\Delta\lambda| = \lambda_B - \lambda_0$. Stąd otrzymujemy:

$$4) \quad \begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 - |\Delta\lambda| \\ \lambda_B = \lambda_0 + |\Delta\lambda| \end{cases}$$

Uwzględnimy warunek zadania i wyznaczymy $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$:

$$5) \quad 1{,}2 = \frac{\lambda_0 + |\Delta\lambda|}{\lambda_0 - |\Delta\lambda|} \qquad \rightarrow \qquad 6) \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{1}{11}$$

Na podstawie równań 3) i 6) otrzymujemy:

$$7) \quad \frac{1}{11} \approx \frac{v}{v_d} \qquad \rightarrow$$

$$8) \quad v = \frac{1}{11} \cdot 340 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 31 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$