Zadanie 4.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: X.1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych; X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką (W/m^2) […]; X.3) opisuje zależność natężenia […] fali kulistej od odległości od punktowego źródła.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia natężenia fali kulistej w punkcie X **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z prawidłową jednostką:

$$I_X \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^2} \quad \text{lub} \quad I_X \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \quad \text{lub} \quad I_X \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^3}$$

1 pkt – poprawne zastosowanie wzoru na natężenie fali kulistej w odległości r_X od źródła z uwzględnieniem symboli wielkości podanych w zadaniu lub poprzez podstawienie wartości liczbowych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_X = \frac{E}{\Delta t \cdot 4\pi r_X^2} \quad \text{lub} \quad I_X = \frac{40\ \mathrm{mJ}}{1\ \mathrm{s} \cdot 4\pi \cdot 10^2\ \mathrm{m}^2}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Skorzystamy z definicji natężenia fali oraz z warunku zadania, że fala kulista rozchodzi się tak samo we wszystkich kierunkach i nie jest pochłaniana. Zatem energia przechodząca w jednostce czasu przez dowolną sferę ze źródłem fali w jej środku, jest taka sama. Zatem:

$$I = \frac{E}{\Delta t \cdot S} \qquad \rightarrow \qquad I_X = \frac{E}{\Delta t \cdot 4\pi r_X^2}$$

Obliczymy natężenie fali w punkcie X:

$$I_X = \frac{40\ \text{mJ}}{1\ \text{s} \cdot 4\pi \cdot 10^2\ \text{m}^2} = \frac{10}{\pi} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$$

Zadanie 4.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami […] częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. X.9) stosuje zasadę superpozycji fal; wyjaśnia zjawisko interferencji fal; podaje warunki wzmocnienia oraz wygaszenia się fal.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda ustalenia, czy w punkcie A nastąpi wzmocnienie czy osłabienie interferencyjne (tzn. poprawne obliczenie długości fali i zastosowanie warunków na wzmocnienie/osłabienie) **oraz** zapisanie poprawnej odpowiedzi:
W punkcie A nastąpi osłabienie interferencyjne

2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości fali, tzn. zapisanie związku między długością fali a jej prędkością i częstotliwością z poprawnie podstawionymi wartościami liczbowymi (lub zastosowanymi symbolami) **oraz** zapisanie / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne, np. zapisy równoważne poniższym:

$340\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \lambda \cdot 850\ \text{Hz}$ oraz

$r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2}\lambda$ (osłabienie) $r_2 - r_1 = n\lambda$ (wzmocnienie)

albo (obliczenie różnicy dróg fal jako krotności połowy lub pełnej długości fali)

$\lambda = 0{,}4\ \text{m}$ oraz $\left(11{,}5\ \text{m} - 10{,}5\ \text{m} = 1 = \frac{5}{2} \cdot 0{,}4\ \text{m}\right.$ lub $\left.\frac{11{,}5}{0{,}4} - \frac{10{,}5}{0{,}4} = \frac{5}{2}\right)$

albo (obliczenie różnicy faz jako krotności π lub 2π)

$\lambda = 0{,}4\ \text{m}$ oraz $2\pi \cdot \frac{11{,}5\ \text{m}}{0{,}4\ \text{m}} - 2\pi \frac{10{,}5\ \text{m}}{0{,}4\ \text{m}} = 5\pi\ (= 2{,}5 \cdot 2\pi)$

albo (określenie faz docierających do punktu A)

$$r_1 = 26\lambda + \frac{1}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_1 = 26 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$r_2 = 28\lambda + \frac{3}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_2 = 28 \cdot 2\pi + \frac{3\pi}{2}$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia okresu fali **oraz** poprawna metoda obliczenia obu czasów dotarcia ustalonej fazy fali od każdego z głośników do punktu A **oraz** zapisanie / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne, zapisanych poprzez okres i czasy, np. zapisy równoważne poniższym:

$$T = \frac{1}{850}\ \text{s} \quad \text{oraz} \quad t_1 = \frac{r_1}{v_d} \quad \text{oraz} \quad t_2 = \frac{r_2}{v_d} \quad \text{oraz} \quad \frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = 2{,}5$$

1 pkt – poprawna metoda obliczenia długości fali, tzn. zapisanie związku między długością fali a jej prędkością i częstotliwością z poprawnie podstawionymi wartościami liczbowymi (lub zastosowanymi symbolami), np. zapisy równoważne poniższym:

$$340\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \lambda \cdot 850\ \text{Hz}$$

LUB

– zapisanie (może być słowne) / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne (z długością fali λ i odległościami r_2 i r_1 lub z fazami i odległościami lub z czasami i okresem), np. zapisy równoważne poniższym:

jeśli $r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2}\lambda$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $r_2 - r_1 = n\lambda$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

albo

jeśli $\frac{2\pi}{\lambda}r_2 - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 = (2n \pm 1) \cdot \pi$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $\frac{2\pi}{\lambda}r_2 - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 = n \cdot 2\pi$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

Uwaga! Zapisanie warunków z samymi fazami (np. $\phi_2 - \phi_1 = (2n \pm 1) \cdot \pi$), bez użycia wzoru na fazę, jest niewystarczające do spełnienia tego kryterium.

albo (opis słowny)

Jeśli do punktu A dotrą fale przeciwne w fazie, to nastąpi maksymalne osłabienie

Jeśli do punktu A dotrą fale zgodne w fazie, to nastąpi maksymalne wzmocnienie

albo

jeśli $t_2 - t_1 = \frac{2n \pm 1}{2}T$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $t_2 - t_1 = nT$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (zastosowanie warunku z różnicą odległości)
Zapiszemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie A.

Jeśli r_1 i r_2 są odległościami od punktu A do – odpowiednio – pierwszego (G1) i drugiego (G2) źródła fali oraz λ jest długością fali, to:

jeśli $r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2}\lambda$ to nastąpi maksymalne osłabienie w A

jeśli $r_2 - r_1 = n\lambda$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie w A

Powyższe warunki zastosujemy dla danych zadania.

Obliczymy długość fal dźwiękowych wysyłanych z głośników G1 i G2:

$$v_d = \lambda f \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{v_d}{f} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{850\ \frac{1}{\mathrm{s}}} = 0{,}4\ \mathrm{m}$$

Sprawdzimy – zgodnie z podanymi warunkami – czy w punkcie A zachodzi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie czy wzmocnienie interferencyjne.

W tym celu obliczymy różnicę odległości punktu A od głośników G1 i G2 i wyrazimy ją poprzez krotność długości fali lub krotność połowy długości fali.

$$r_2 - r_1 = 11{,}5\ \mathrm{m} - 10{,}5\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{m}$$

$$r_2 - r_1 = \frac{5}{2} \cdot 0{,}4\ \mathrm{m} = \frac{5}{2}\lambda$$

Różnica odległości punktu A od głośników G1 i G2 wyraża się poprzez nieparzystą krotność połowy długości fali. Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie A nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

Sposób 2. (zastosowanie warunku z różnicą faz)
Zapiszemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie A.

Jeśli ϕ_1 i ϕ_2 są fazami fal docierających do punktu A – odpowiednio – od pierwszego (G1) i od drugiego (G2) źródła fali, to:

jeśli $|\phi_2 - \phi_1| = (2n \pm 1) \cdot \pi$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $|\phi_2 - \phi_1| = n \cdot 2\pi$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

Użyjemy wzorów do wyznaczenia obu faz. Rozważamy fazy fal docierających do punktu A w chwili t. Różnica faz źródeł G1 i G2 wynosi zero. Zatem:

$$\phi_1 = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 \quad \text{oraz} \quad \phi_2 = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r_2 \quad \rightarrow$$

$$|\phi_2 - \phi_1| = \frac{2\pi}{\lambda}r_2 - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 = 2\pi\left(\frac{r_2}{\lambda} - \frac{r_1}{\lambda}\right)$$

Obliczymy długość fal dźwiękowych wysyłanych z głośników G1 i G2:

$$v_d = \lambda f \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{v_d}{f} \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{850\ \frac{1}{\mathrm{s}}} = 0{,}4\ \mathrm{m}$$

Podstawimy długość fali do wzoru na różnicę faz

$$|\phi_2 - \phi_1| = 2\pi\left(\frac{11{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}4\ \mathrm{m}} - \frac{10{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}4\ \mathrm{m}}\right) = 2\pi \cdot \frac{1}{0{,}4} = 2\pi \cdot \frac{5}{2} = 5\pi$$

Różnica faz docierających do punktu A jest równa nieparzystej krotności π.
Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie A nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

Sposób 3. (zastosowanie warunku z różnicą faz)
Jeśli ϕ_1 i ϕ_2 są fazami fal docierających do punktu A – odpowiednio – od pierwszego (G1) i od drugiego (G2) źródła fali, to:

- w punkcie A nastąpi maksymalne wzmocnienie interferencyjne, gdy fazy docierających fal będą zgodne
- w punkcie A nastąpi maksymalne osłabienie interferencyjne, gdy fazy docierających fal będą przeciwne.

Zatem zbadamy, jakie fazy docierają od źródeł G1 i G2 do punktu A w wybranej chwili t.
Założymy dla uproszczenia rozważań, że faza początkowa źródeł w chwili t wynosi 0.
Zbadamy, jak zmieni się faza wzdłuż każdej z dróg. Zauważmy, że na drodze równej długości fali λ następuje zmiana fazy fali o 2π:

$$\lambda \quad \leftrightarrow \quad 2\pi$$

czyli:

$$\lambda = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{850\ \frac{1}{\mathrm{s}}} = 0{,}4\ \mathrm{m} \qquad \leftrightarrow \qquad 2\pi$$

Zatem:

$$r_1 = 10{,}5\ \mathrm{m} = 26{,}25\lambda = 26\lambda + \frac{1}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_1 = 26 \cdot 2\pi + \frac{1}{4} \cdot 2\pi = \ 26 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$r_2 = 11{,}5\ \mathrm{m} = 28{,}75\lambda = 28\lambda + \frac{3}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_2 = 28 \cdot 2\pi + \frac{3}{4} \cdot 2\pi = \ 28 \cdot 2\pi + \frac{3\pi}{2}$$

Do punktu A od głośnika G1 dotrze fala o fazie $\frac{\pi}{2}$, a od głośnika G2 dotrze fala o fazie $\frac{3}{2}\pi$.
Zatem dotrą fale o przeciwnych fazach. Nastąpi maksymalne osłabienie interferencyjne.

Sposób 4. (zastosowanie warunku z różnicą czasów)

Zapiszemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie A.

Załóżmy, że t_1 i t_2 są czasami, w jakich dotrą ustalone fazy fal – odpowiednio – od pierwszego i drugiego głośnika do punktu A. Jeśli r_1 i r_2 są odległościami od punktu A do – odpowiednio – pierwszego (G1) i drugiego (G2) źródła fali oraz λ jest długością fali, to:

jeśli $v_d t_2 - v_d t_1 = \frac{2n \pm 1}{2} v_d T$ to nastąpi maksymalne osłabienie w A

jeśli $v_d t_2 - v_d t_1 = n v_d T$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie w A

Powyższe warunki zapiszemy w przekształconej postaci:

jeśli $\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = \frac{2n \pm 1}{2}$ to nastąpi maksymalne osłabienie w A

jeśli $\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = n$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie w A

Obliczymy t_1 i t_2 oraz T:

$$t_1 = \frac{r_1}{v_d} = \frac{10{,}5}{340}\ \text{s} \approx 0{,}03088\ \text{s} \quad t_2 = \frac{r_2}{v_d} = \frac{11{,}5}{340}\ \text{s} \approx 0{,}03382\ \text{s} \quad T = \frac{1}{850\ \text{Hz}} \approx\ 0{,}00118\ \text{s}$$

Zatem:

$$\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} \approx \frac{0{,}03382\ \text{s}}{0{,}00118\ \text{s}} - \frac{0{,}03088\ \text{s}}{0{,}00118\ \text{s}} \approx 2{,}5 = \frac{5}{2} \qquad \left(t_2 - t_1 = \frac{5}{2}T\right)$$

Różnica czasów dotarcia faz fal do punktu A od głośników G1 i G2 wyraża się poprzez nieparzystą krotność połowy okresu. Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie A nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.