Zadanie 5. Asteroida Apophis *(12 pkt)*

Amerykańska agencja kosmiczna (NASA) przygotowuje plany umożliwiające lądowanie na asteroidzie. NASA chce sprawdzić, czy jest możliwa zmiana kursu takiego ciała w przypadku, gdyby zmierzało ono w kierunku Ziemi. Naszej planecie może w 2029 roku zagrozić stosunkowo niewielka asteroida Apophis o masie $8 \cdot 10^{10}$ kg. Astronomowie oceniają, że asteroida mija naszą planetę w niewielkiej odległości raz na 1500 lat. Podczas jednego obiegu wokół Słońca orbita Apophis dwukrotnie przecina się z orbitą Ziemi. Najbliższe zbliżenie do Ziemi nastąpi w piątek 13 kwietnia 2029 roku. Astronomowie szacują, że wartość prędkości asteroidy względem Ziemi w momencie potencjalnego zderzenia będzie wynosiła około 13 km/s.

Asteroida Apophis	
Średnia odległość od Słońca	0,922 AU
Mimośród orbity	0,191
Peryhelium	0,746 AU
Aphelium	1,098 AU
Nachylenie orbity względem ekliptyki	3,333°
Średnica asteroidy	390 m

Na podstawie:
http://neo.jpl.nasa.gov/news/news146.html
http://en.wikipedia.org/wiki/99942_Apophis

Zadanie 5.1 *(1 pkt)*

Oszacuj wartość przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni asteroidy. W obliczeniach przyjmij, że asteroida jest jednorodną kulą.

$$m \cdot a = G\frac{M \cdot m}{R^2} \quad gdzie \quad R = \frac{d}{2}$$

Po uproszczeniu i przekształceniu:

$$a = \frac{4G \cdot M}{d^2}$$

$$a = \frac{4 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot 8 \cdot 10^{10}\,\mathrm{kg}}{(390\,\mathrm{m})^2}$$

$$a = 1{,}4 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$$

Zadanie 5.2 *(3 pkt)*

Podaj, w którym położeniu (peryhelium czy aphelium) wartość prędkości obiegu asteroidy wokół Słońca jest najmniejsza. Odpowiedź uzasadnij, odwołując się do odpowiedniego prawa i podając jego treść.

Wartość prędkości liniowej obiegu asteroidy wokół Słońca jest najmniejsza w aphelium.

Wynika to z II prawa Keplera.

Promień wodzący poprowadzony ze środka Słońca do środka asteroidy zakreśla równe pola powierzchni w jednakowych odstępach czasu.

Zadanie 5.3 *(3 pkt)*

Oszacuj okres obiegu asteroidy wokół Słońca. Wynik podaj w dniach ziemskich.
Podczas obliczeń przyjmij, że asteroida porusza się po orbicie kołowej, rok ziemski trwa 365 dni, a średnia odległość Ziemi od Słońca jest równa 1 AU (1 AU = $15 \cdot 10^{10}$ m).

$$\frac{T_Z^2}{R_Z^3} = \frac{T_A^2}{R_A^3} \rightarrow \quad T_A = T_Z \sqrt{\left(\frac{R_A}{R_Z}\right)^3}$$

$$T_A = 365 \sqrt{\left(\frac{0{,}922}{1}\right)^3}$$

$$T_A \approx 323\,\text{dni}$$

Zadanie 5.4 *(2 pkt)*

Wykaż, że wartość pierwszej prędkości kosmicznej dla **asteroidy Apophis** wynosi około 0,165 m/s.

$$\upsilon = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}} \quad gdzie \; R = \frac{d}{2}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 8 \cdot 10^{10}\,\text{kg}}{\frac{390\,\text{m}}{2}}}$$

$$\upsilon = 0{,}165 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 5.5 *(3 pkt)*

Oblicz maksymalną energię, jaka może wydzielić się w momencie zderzenia asteroidy z powierzchnią Ziemi. Wyraź tę energię w megatonach (MT), przyjmując, że 1 MT ≈ $4 \cdot 10^{15}$ J.

$$Q = E_k \qquad Q = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2}$$

$$Q = \frac{8 \cdot 10^{10}\,\text{kg} \cdot \left(13 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2}$$

$$Q = 676 \cdot 10^{16}\,\text{J}$$

$$Q = 1690\,\text{MT}$$