Zadanie 5.1. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia liczby obiegów satelity Sat2 po orbicie kołowej w czasie 26 pełnych dób oraz prawidłowy wynik liczbowy.

3 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu satelity Sat2 po orbicie dookoła Ziemi (np. jak w krokach 1.–3. przykładowych rozwiązań) oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką

LUB

– wyprowadzenie lub zapisanie jednego poprawnego wyrażenia (do którego zdający bezpośrednio podstawia wartości liczbowe albo na którym kończy rozwiązanie), z którego można bezpośrednio obliczyć okres obiegu satelity Sat2 po orbicie dookoła Ziemi jedynie na podstawie odpowiednich stałych, masy Ziemi oraz promienia orbity (np. zapisanie wyrażenia na T jak w kroku 2. w sposobie 1. albo sposobie 2.) oraz poprawna metoda obliczenia liczby pełnych obiegów satelity po orbicie na podstawie okresu (np. zapisanie wyrażenia $\frac{t}{T}$).

2 pkt – wyprowadzenie lub zapisanie jednego poprawnego wyrażenia (do którego zdający bezpośrednio podstawia wartości liczbowe albo na którym kończy rozwiązanie), z którego można bezpośrednio obliczyć okres obiegu satelity Sat2 po orbicie dookoła Ziemi jedynie na podstawie odpowiednich stałych, masy Ziemi oraz promienia orbity (np. zapisanie wyrażenia na T jak w kroku 2. w sposobie 1. albo sposobie 2.).

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na satelitę jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyśpieszenie dośrodkowe jako przyśpieszenie grawitacyjne) oraz uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyśpieszenia) (np. jak w kroku 1. w sposobie 1.)

LUB

– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną łącznie z zastosowaniem wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu dla tej orbity (np. jak w kroku 1. w sposobie 2.).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1.

Krok 1. Wyznaczymy związek między okresem T obiegu satelity Sat2 po orbicie kołowej a masą M_Z Ziemi i promieniem r orbity satelity. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji działającą na satelitę jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m\frac{v_{or}^2}{r} = \frac{GmM_Z}{r^2}$$

Krok 2. Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu: $v = \frac{2\pi r}{T}$ i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez masę satelity. Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy okres T:

$$\frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{GM_Z}{r^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{GM_Z}{r^2} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_Z}}$$

Krok 3. Do otrzymanego wyrażenia podstawiamy dane z treści zadania oraz z *Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki:*

$$T = 2 \cdot 3{,}142\sqrt{\frac{\left((6{,}370 + 0{,}575)\cdot 10^6\ \mathrm{m}\right)^3}{6{,}67\cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot 5{,}97\cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}} \approx 57{,}64\cdot 10^2\ \mathrm{s} = 5764\ \mathrm{s}$$

Krok 3. Obliczymy liczbę obiegów satelity po orbicie kołowej w czasie $t = 26$ pełnych dób.

$$\frac{t}{T} \approx \frac{26\cdot 24\cdot 3600\ \mathrm{s}}{5764\ \mathrm{s}} \approx 389{,}7$$

$n \approx 390$ razy

Sposób 2. (z wykorzystaniem wzoru na prędkość orbitalną)

Krok 1. Wyznaczymy związek między okresem T obiegu satelity Sat2 po orbicie kołowej a masą M_Z Ziemi i promieniem r orbity satelity. Skorzystamy z gotowego wzoru na prędkość ciała w ruchu po orbicie kołowej o promieniu r oraz zastosujemy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu.

$$v_{or} = \sqrt{\frac{GM_Z}{r}} \qquad \text{oraz} \qquad v_{or} = \frac{2\pi r}{T}$$

Krok 2. Z powyższych równań wyznaczymy T:

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM_Z}{r}} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM_Z}{r} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_Z}}$$

Krok 3.–4. Dalsze obliczenia prowadzimy podobnie jak w sposobie 1.

Zadanie 5.2. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

B

Zadanie 5.3. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia liczby cząsteczek gazu oraz prawidłowy wynik liczbowy.
1 pkt – zapisanie równania Clapeyrona (w wersji z liczbą moli lub z liczbą cząsteczek) oraz poprawne podstawienie danych do równania.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

$$pV = NkT$$

$$0{,}1\ \text{Pa} \cdot 1\ \text{m}^3 = N \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 200\ \text{K}$$

$$N \approx 0{,}00036 \cdot 10^{23} \approx 3{,}6 \cdot 10^{19}$$