Zadanie 5.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […]. I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 6.1) analizuje ruch pod wpływem sił sprężystych (harmonicznych) […]; 6.4) interpretuje wykresy zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu w ruchu drgającym.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

1. **P** 2. **P**

Zadanie 5.2. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […].	Zdający: 6.1) analizuje ruch pod wpływem sił sprężystych (harmonicznych) […]; 6.3) oblicza okres drgań ciężarka na sprężynie i wahadła matematycznego.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia współczynnika sprężystości sprężyny **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $k \approx 9{,}24\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$ lub $k \approx 9{,}24\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$.

1 pkt – zapisanie związku między okresem T drgań ciężarka zawieszonego na sprężynie a masą m ciężarka i współczynnikiem k sprężystości sprężyny **oraz** podanie wartości liczbowej okresu, określonej na podstawie wykresu.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Wykorzystamy związek między okresem T drgań ciężarka zawieszonego na sprężynie a masą m ciężarka oraz współczynnikiem k sprężystości sprężyny:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \qquad \rightarrow \qquad k = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m$$

Okres drgań ciężarka jest taki sam jak okres zmian siły sprężystości. Okres ten odczytamy z wykresu:

$$T = 0{,}8\ \text{s}$$

Obliczymy współczynnik sprężystości sprężyny:

$$k \approx \left(\frac{6{,}28}{0{,}8\ \text{s}}\right)^2 \cdot 0{,}15\ \text{kg} \quad \rightarrow \quad k \approx 9{,}24\ \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

Zadanie 5.3. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […].	Zdający: 1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona. 6.1) analizuje ruch pod wpływem sił sprężystych (harmonicznych) […]; 6.4) interpretuje wykresy zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu w ruchu drgającym.

Zasady oceniania (dla rozwiązań sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia amplitudy wychylenia ciężarka w ruchu drgającym **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką, zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia przyśpieszenia maksymalnego (tzn. zastosowanie drugiej zasady dynamiki z poprawnie wyznaczoną siłą wypadkową) i zapisanie tego przyśpieszenia w postaci: $a_{max} = 0{,}2g$ **oraz** zapisanie poprawnego związku między przyśpieszeniem maksymalnym a amplitudą wychylenia w ruchu drgającym **oraz** podanie wartości liczbowej okresu, określonej na podstawie wykresu, np. zapisy:

$a_{max} = 0{,}2g$ oraz $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A$ oraz $T = 0{,}8\ s$

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia przyśpieszenia maksymalnego (tzn. zastosowanie drugiej zasady dynamiki z poprawnie wyznaczoną siłą wypadkową, np. zapis $ma_{max} = 0{,}2F_g$) i zapisanie tego przyśpieszenia w postaci:

$a_{max} = 0{,}2g$

LUB

– zapisanie drugiej zasady dynamiki z poprawnym uwzględnieniem siły sprężystości i siły grawitacji **oraz** zapisanie poprawnego związku między przyśpieszeniem maksymalnym a_{max} a amplitudą A wychylenia w ruchu drgającym, np. zapisy

$\left(ma = F_s - F_g\right.$ albo $ma = F_g - F_s)$ oraz $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A$

1 pkt – wyznaczenie i zapisanie maksymalnej siły wypadkowej działającej na ciężarek w postaci:

$F_{w\,max} = 0{,}2mg$ (akceptowalny zapis to: $F_{w\,max} = 0{,}2F_g$)

LUB

– zapisanie drugiej zasady dynamiki (z poprawnym uwzględnieniem siły sprężystości i siły grawitacji) w postaci:

$ma_{max} = F_{s\,max} - F_g$ albo $ma_{max} = F_g - F_{s\,min}$

(akceptowalne zapisy to: $ma = F_s - F_g$ albo $ma = F_g - F_s$)

LUB

– zapisanie poprawnego związku między przyśpieszeniem maksymalnym a_{max} a amplitudą A wychylenia w ruchu drgającym **oraz** podanie wartości liczbowej okresu, określonej na podstawie wykresu, np. zapisy

$a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A$ oraz $T = 0{,}8\ s$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Zasady oceniania (dla rozwiązań sposobami 2. lub 3.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia amplitudy wychylenia ciężarka w ruchu drgającym **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką, zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

3 pkt – poprawne wyprowadzenie i zapisanie równania $kA = 0{,}2mg$ **oraz** wykorzystanie do obliczeń wartości wcześniej obliczonego k

$\left(kA = 0{,}2mg \text{ oraz } k \approx 9{,}2\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$ albo $\left(A = \frac{0{,}2mg}{k} \approx [\text{wynik dla błędnego } k]\right)$

LUB

– poprawne wyprowadzenie i zapisanie równania $kA + mg = 1{,}2mg$ (lub równoważnego) **oraz** wykorzystanie do obliczeń wartości wcześniej obliczonego k

$\left(\frac{kA + mg}{mg} = 1{,}2 \text{ oraz } k \approx 9{,}2\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$ albo

$\left(A = \frac{0{,}2mg}{k} \approx [\text{wynik dla błędnego } k]\right)$

LUB

– zapisanie wzorów na maksymalne i minimalne wydłużenie sprężyny od długości swobodnej **oraz** zapisanie związku między tymi wydłużeniami a amplitudą **oraz** związków między ekstremalnymi wartościami siły sprężystości a siłą grawitacji:

$F_{s\,max} = kx_{max}$ oraz $F_{s\,min} = kx_{min}$ oraz

$x_{max} - x_{min} = 2A$ oraz $F_{s\,max} = 1{,}2mg$ oraz $F_{s\,min} = 0{,}8mg$

2 pkt – wyznaczenie i zapisanie maksymalnej siły wypadkowej działającej na ciężarek w postaci $F_{w\,max} = 0{,}2F_g$ **oraz** zapisanie siły wypadkowej za pomocą wzoru na siłę harmoniczną (z użyciem <u>amplitudy</u> drgań)

$F_{w\,max} = 0{,}2F_g$ oraz $F_{w\,max} = kA$

LUB

– poprawne zapisanie wzoru na maksymalną siłę sprężystości **oraz** wykorzystanie ilorazu maksymalnej siły sprężystości i siły grawitacji **oraz** warunku równowagi siły grawitacji i siły sprężystości w położeniu równowagi:

$F_{s\,max} = k(A + x_0)$ oraz $\frac{F_{s\,max}}{F_g} = 1{,}2$ oraz $mg = kx_0$

LUB

– zapisanie wzorów na maksymalne i minimalne wydłużenie sprężyny od długości swobodnej **oraz** zapisanie związku między tymi wydłużeniami a amplitudą (albo związków między ekstremalnymi wartościami siły sprężystości a siłą grawitacji):

$(F_{s\,max} = kx_{max}$ oraz $F_{s\,min} = kx_{min})$ oraz

$(x_{max} - x_{min} = 2A$ albo $(F_{s\,max} = 1{,}2mg$ oraz $F_{s\,min} = 0{,}8mg))$

1 pkt – wyznaczenie i zapisanie maksymalnej siły wypadkowej działającej na ciężarek w postaci:

$F_{w\,max} = 0{,}2mg$ (akceptowalny zapis to: $F_{w\,max} = 0{,}2F_g$)

LUB

– zapisanie, że maksymalna siła wypadkowa ma charakter siły harmonicznej **oraz** określenie maksymalnej siły wypadkowej jako różnicy maksymalnej siły sprężystości i siły grawitacji:

$F_{w\,max} = kA$ oraz $F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g$

LUB

– poprawne zapisanie wzoru na maksymalną siłę sprężystości **oraz** wykorzystanie ilorazu maksymalnej siły sprężystości i siły grawitacji:

$F_{s\,max} = k(A + x_0)$ oraz $\frac{F_{s\,max}}{F_g} = 1{,}2$

LUB

– zapisanie wzorów na maksymalne i minimalne wydłużenie sprężyny od długości swobodnej:

$F_{s\,max} = kx_{max}$ oraz $F_{s\,min} = kx_{min}$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

W celu obliczenia amplitudy A drgań ciężarka skorzystamy ze związku między przyśpieszeniem maksymalnym a_{max} a amplitudą A wychylenia w ruchu drgającym:

$$a_{max} = A\omega^2$$

$$A = \frac{a_{max}}{\omega^2} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 a_{max} \qquad \text{gdzie} \qquad T = 0{,}8\ \text{s}$$

Przyśpieszenie maksymalne jest osiągane podczas ruchu drgającego w skrajnych położeniach, gdy wartość siły wypadkowej jest maksymalna:

$$ma_{max} = F_{w\,max}$$

W skrajnych położeniach siła sprężystości przyjmuje największą lub najmniejszą wartość. Zapiszemy drugą zasadę dynamiki dla przypadku, gdy siła sprężystości ma największą wartość. Uwzględnimy fakt, że siła sprężystości ma zwrot przeciwny do siły grawitacji:

$$ma_{max} = F_{s\,max} - F_g$$

Z wykresu odczytujemy, że:

$$F_{s\,max} = 1{,}2F_g \qquad \text{czyli} \qquad F_{w\,max} = 1{,}2F_g - F_g = 0{,}2F_g$$

Na podstawie powyższych związków wyznaczymy a_{max}:

$$ma_{max} = 0{,}2F_g$$
$$ma_{max} = 0{,}2mg$$
$$a_{max} = 0{,}2g$$

Powyższy związek podstawimy do wzoru na amplitudę, podstawimy dane liczbowe i wykonamy obliczenia:

$$A = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot 0{,}2g$$
$$A \approx \left(\frac{0{,}8\ \mathrm{s}}{6{,}28}\right)^2 \cdot 0{,}2 \cdot 9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \rightarrow \quad A \approx 0{,}032\ \mathrm{m} \quad \rightarrow \quad A \approx 3{,}2\ \mathrm{cm}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem obliczonego k)

W skrajnych położeniach siła sprężystości przyjmuje największą lub najmniejszą wartość. Określimy siłę wypadkową w przypadku, gdy siła sprężystości ma największą wartość. Uwzględnimy fakt, że siła sprężystości ma zwrot przeciwny do siły grawitacji:

$$F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g$$

Z wykresu odczytujemy, że:

$$F_{s\,max} = 1{,}2F_g \qquad \text{czyli} \qquad F_{w\,max} = 1{,}2F_g - F_g = 0{,}2F_g$$

Z drugiej strony, siła wypadkowa ma charakter siły harmonicznej (dla drgań wokół położenia równowagi), a zatem:

$$F_{w\,max} = kA$$

gdzie A jest amplitudą drgań. Z powyższych wynika, że:

$$kA = 0{,}2F_g \quad \rightarrow \quad A = \frac{0{,}2mg}{k} \approx \frac{\left(0{,}2 \cdot 0{,}15\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\right)}{9{,}24\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} \approx 0{,}032 = 3{,}2\ \mathrm{cm}$$

Sposób 3. (z wykorzystaniem obliczonego k)

Oznaczymy jako x_0 wydłużenie sprężyny od długości swobodnej do położenia równowagi (siły sprężystości i siły grawitacji). Wtedy:

$$1)\ \ kx_0 = mg$$

Wykorzystamy iloraz maksymalnej siły sprężystości i siły grawitacji. Wykorzystamy fakt, że maksymalne wydłużenie sprężyny wynosi $x = x_0 + A$:

$$2)\ \ \frac{F_{s\,max}}{F_g} = 1{,}2 \quad \rightarrow \quad 3)\ \ \frac{k(x_0 + A)}{mg} = 1{,}2 \quad \rightarrow \quad 4)\ \ \frac{kx_0 + kA}{mg} = 1{,}2$$

Do wzoru 4) podstawimy 1):

$$5)\ \ \frac{mg + kA}{mg} = 1{,}2 \quad \rightarrow \quad 6)\ \ 1 + \frac{kA}{mg} = 1{,}2 \quad \rightarrow \quad 7)\ \ \frac{kA}{mg} = 0{,}2$$

Ze wzoru 7) wyznaczymy A:

$$A = \frac{0{,}2mg}{k} \approx \frac{\left(0{,}2 \cdot 0{,}15\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\right)}{9{,}24\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} \approx 0{,}032 = 3{,}2\ \mathrm{cm}$$