Zadanie 5.1. (0–1)

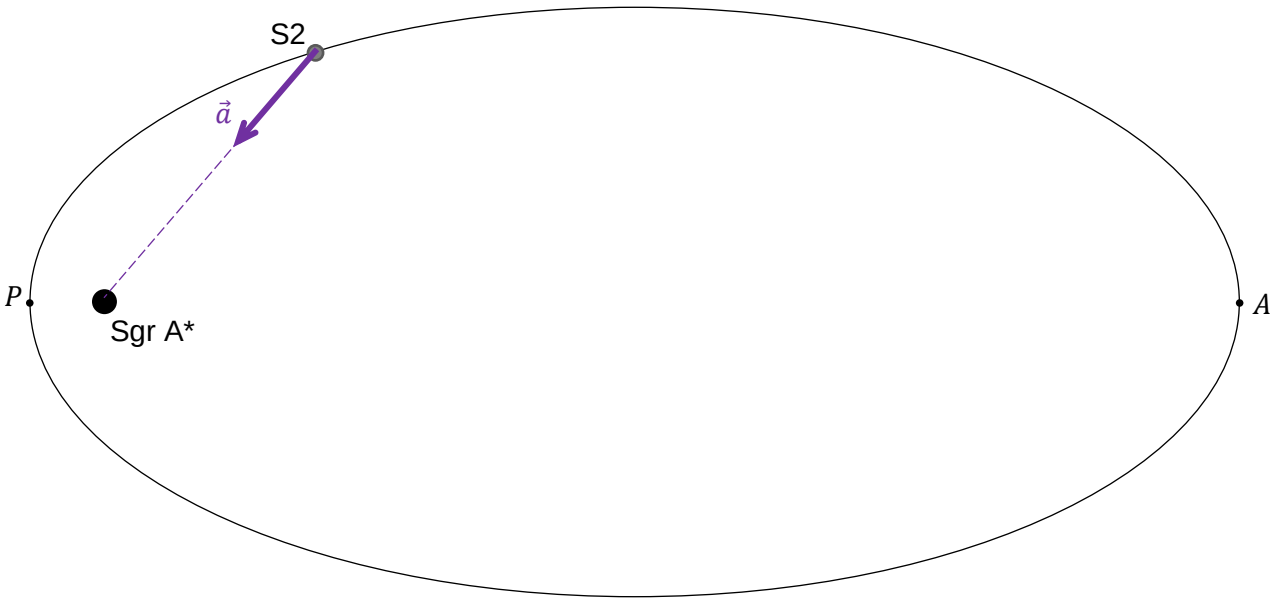
Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: II.3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: […] przyspieszeniem […]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego […]; IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych […].

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne narysowanie wektora przyśpieszenia $\vec{a}$ środka gwiazdy S2 w oznaczonym położeniu (wektor ma być zaczepiony w S2 i skierowany wzdłuż odcinka łączącego S2 z Sgr A* w stronę Sgr A*).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązanie



Zadanie 5.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: II.6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego […]; II.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu. IV.6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 5.3. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu $\frac{M_{SA}}{M_S}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

1 pkt – zastosowanie wzoru podanego w informacji do zadań 5.3–5.4. dla przypadku ruchu S2 po orbicie eliptycznej dookoła Sgr A* i ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca **oraz** poprawne obliczenie długości półosi wielkiej orbity S2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{a}{a_Z}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_Z}{T}\right)^2 \quad \text{oraz} \quad a = \frac{1}{2}(r_P + r_A) = 970\ \text{au}$$

albo (z wykorzystaniem wartości dla ruchu orbitalnego Ziemi)

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \frac{a^3}{T^2} \cdot \frac{(1\ \text{rok})^2}{(1\ \text{au})^3} \quad \text{oraz} \quad a = 970\ \text{au}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zastosujemy wzór podany w informacji do zadań 5.3.–5.4. dla przypadku ruchu S2 po orbicie eliptycznej dookoła Sgr A* i ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{a}{a_Z}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_Z}{T}\right)^2$$

Zgodnie z oznaczeniami na rysunku 1. obliczymy a jako:

$$a = \frac{1}{2}|PA| = \frac{1}{2}(r_P + r_A) \ \rightarrow \ a = \frac{1}{2} \cdot (1820 + 120)\ \text{au} = \ 970\ \text{au}$$

Zatem:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{970\ \text{au}}{1\ \text{au}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1\ \text{rok}}{16\ \text{lat}}\right)^2 \approx 3{,}6 \cdot 10^6$$

Masa obiektu Sgr A* jest około $3{,}6 \cdot 10^6$ razy większa od masy Słońca.

Zadanie 5.4. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu […]; IV.5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciążenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na iloraz mas centrów grawitacyjnych, poprawne przekształcenia **oraz** poprawna postać ilorazu – zgodna z podaną w treści zadania.

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia lub bezpośrednie zapisanie (np. na mocy III prawa Keplera z wyrażeniem zawierającym stałe) jednego poprawnego wyrażenia, z którego można bezpośrednio obliczyć masę centrum grawitacyjnego jedynie na podstawie odpowiednich stałych, promienia a orbity kołowej i okresu T obiegu ciała dookoła tego centrum, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(m_i\frac{v_i^2}{a_i}=\frac{Gm_iM_i}{a_i^2} \quad \text{oraz} \quad v_i=\frac{2\pi a_i}{T_i}\right) \rightarrow \text{[przekształcenia]} \rightarrow \quad M_i=\frac{4\pi^2}{G}\frac{a_i^3}{T_i^2}$$

LUB

– zapisanie lub stwierdzenie, z powołaniem się na III prawo Keplera, że zachodzą następujące proporcje o tym samym współczynniku proporcjonalności:

$$\frac{a_1^3}{T_1^2}\propto \text{const}\cdot M_1 \qquad \text{oraz} \qquad \frac{a_2^3}{T_2^2}\propto \text{const}\cdot M_2$$

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na ciało $\mathcal{C}_1$ (lub $\mathcal{C}_2$) jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyśpieszenie dośrodkowe jako przyśpieszenie grawitacyjne) **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyśpieszenia), np. zapisy równoważne poniższym

$$m_1\frac{v_1^2}{a_1}=\frac{Gm_1M_1}{a_1^2} \quad \text{albo} \quad m_1\omega_1^2a_1=\frac{Gm_1M_1}{a_1^2} \quad \text{albo} \quad \omega_1^2a_1=\frac{GM_1}{a_1^2}$$

LUB

– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną ciała $\mathcal{C}_1$ (lub $\mathcal{C}_2$) **oraz** zastosowanie wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu dla tej orbity, np. zapisy równoważne poniższym

$$v_1=\sqrt{\frac{GM}{a_1}} \quad \text{oraz} \quad v_1=\frac{2\pi a_1}{T_1}$$

LUB

– zapisanie lub stwierdzenie, z powołaniem się na III prawo Keplera, że zachodzi proporcja:

$\frac{a^3}{T^2} \propto M$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Wyznaczymy związek między masą M_1 centrum grawitacyjnego a okresem T_1 obiegu (dookoła tego centrum) ciała $\mathcal{C}_1$ po orbicie kołowej i promieniem a_1 tej orbity. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_1 \frac{v_1^2}{a_1} = \frac{G m_1 M_1}{a_1^2}$$

Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość ciała $\mathcal{C}_1$ w ruchu jednostajnym po okręgu: $v_1 = \frac{2\pi a_1}{T_1}$ i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez masę ciała m_1.

Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy masę M_1 centrum grawitacyjnego:

$$\frac{\left(\frac{2\pi a_1}{T_1}\right)^2}{a_1} = \frac{G M_1}{a_1^2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{4\pi^2 a_1}{{T_1}^2} = \frac{G M_1}{a_1^2}$$

$$M_1 = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a_1^3}{T_1^2}$$

Analogicznie wyznaczymy masę M_2 drugiego centrum grawitacyjnego:

$$M_2 = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a_2^3}{T_2^2}$$

Wyznaczymy iloraz mas obu centrów grawitacyjnych:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\frac{4\pi^2}{G}\frac{a_1^3}{T_1^2}}{\frac{4\pi^2}{G}\frac{a_2^3}{T_2^2}} = \frac{\frac{a_1^3}{T_1^2}}{\frac{a_2^3}{T_2^2}} = \frac{a_1^3}{T_1^2}\cdot\frac{T_2^2}{a_2^3} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

Sposób 2.

Wyznaczymy związek między masą M_1 centrum grawitacyjnego a okresem T_1 obiegu (dookoła tego centrum) ciała $\mathcal{C}_1$ po orbicie kołowej i promieniem a_1 tej orbity. Zapiszemy równanie identyfikujące przyśpieszenie dośrodkowe ciała $\mathcal{C}_1$ na orbicie, jako przyśpieszenie grawitacyjne:

$$\omega_1^2 a_1 = \frac{G M_1}{a_1^2}$$

Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość kątową ciała $\mathcal{C}_1$ w ruchu jednostajnym po orbicie kołowej: $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$. Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy masę M_1 centrum grawitacyjnego:

$$\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 a_1 = \frac{GM_1}{a_1^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2}{{T_1}^2} = \frac{GM_1}{a_1^3} \quad \rightarrow \quad M_1 = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a_1^3}{T_1^2}$$

Iloraz mas obu centrów grawitacyjnych obliczamy podobnie jak w sposobie 1.