Zadanie 5.1. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy […] wykresy, rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. V.1) opisuje proporcjonalność siły sprężystości do wydłużenia; posługuje się pojęciem współczynnika sprężystości i jego jednostką; V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości; posługuje się pojęciem ruchu harmonicznego […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne narysowanie wykresów na trzech diagramach 1.–3.
2 pkt – poprawne narysowanie wykresów na dwóch diagramach spośród 1.–3.
1 pkt – poprawne narysowanie wykresu na jednym z diagramów 1.–3.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

Diagram 1.

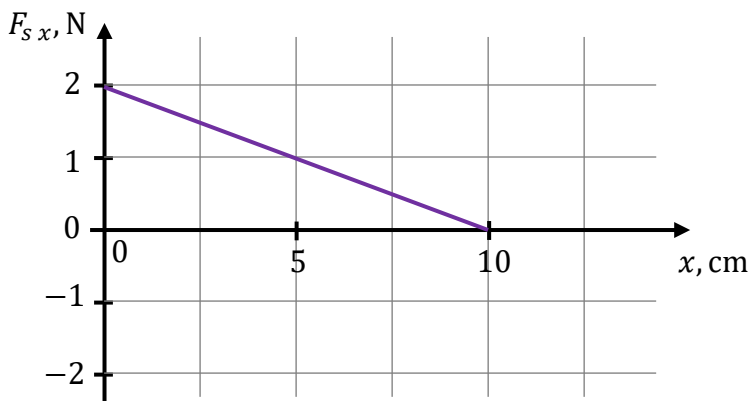


Diagram 2.

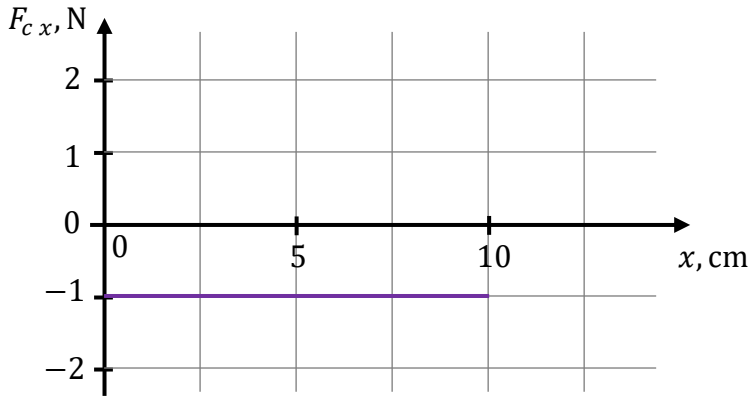
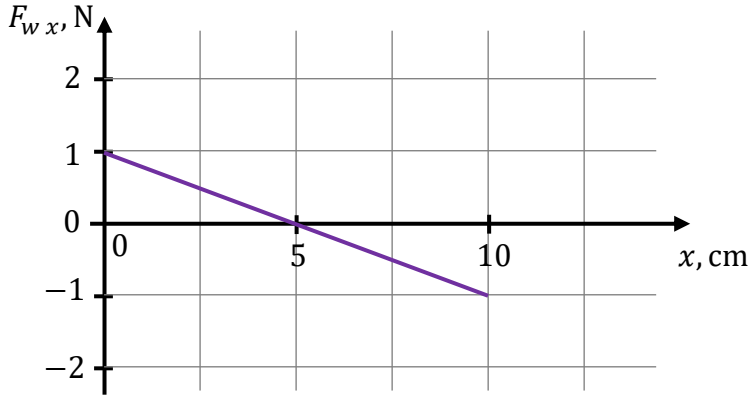


Diagram 3.



Zadanie 5.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. V.1) opisuje proporcjonalność siły sprężystości do wydłużenia; posługuje się pojęciem współczynnika sprężystości i jego jednostką; V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości; posługuje się pojęciem ruchu harmonicznego […]; V.5) stosuje do obliczeń zależność okresu małych drgań wahadła matematycznego i ciężarka na sprężynie od ich parametrów.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu drgań ciężarka **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $T \approx 0{,}45\ \mathrm{s}$

2 pkt – wykorzystanie wzoru na okres drgań ciężarka **oraz** zapisanie warunku równowagi sił w położeniu równowagi ciężarka, np. zapisy równoważne poniższym:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \text{oraz} \qquad mg = k\Delta x_0$$

gdzie k to współczynnik sprężystości sprężyny, Δx_0 oznacza rozciągnięcie sprężyny od jej długości swobodnej do położenia równowagi ciężarka.

1 pkt – wyprowadzenie lub bezpośrednie zapisanie wzoru na wartość siły wypadkowej działającej na ciężarek w postaci:

$$F_w = k\Delta x_1$$

gdzie Δx_1 oznacza rozciągnięcie sprężyny od położenia równowagi ciężarka (nie od długości swobodnej sprężyny!) do dowolnego punktu

LUB

– wykorzystanie/zapisanie wzoru na okres drgań ciężarka w postaci:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

gdzie k to współczynnik sprężystości sprężyny

LUB

– zapisanie warunku równowagi sił w postaci:

$$mg = k\Delta x_0$$

gdzie Δx_0 oznacza rozciągnięcie sprężyny od jej długości swobodnej do położenia równowagi ciężarka.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Siła harmoniczna działająca na ciało w ruchu drgającym ma w ogólności postać:

$$\overrightarrow{F_h} = -\mathcal{K}\overrightarrow{\Delta x}$$

dla pewnego współczynnika $\mathcal{K}$ i wektora wychylenia z położenia równowagi $\overrightarrow{\Delta x}$. Okres drgań ciała o masie m wyraża się wtedy wzorem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\mathcal{K}}}$$

Określimy $\mathcal{K}$ dla siły wypadkowej działającej na ciężarek zawieszony na sprężynie w polu grawitacyjnym i wykonujący drgania w kierunku pionowym, wzdłuż osi x skierowanej w górę. Na ciężarek działa siła sprężystości sprężyny (skierowana w górę) oraz siła grawitacji (skierowana w dół). Zatem wartość siły wypadkowej wynosi:

$$F_w = F_s - mg$$

Wykorzystamy wzór na siłę sprężystości. Rozciągnięcie sprężyny od jej długości swobodnej do położenia x_0 równowagi sił (działających na ciężarek) oznaczymy jako Δx_0.

Rozciągnięcie sprężyny od położenia równowagi x_0 do dowolnego punktu oznaczymy jako Δx_1. Siła sprężystości ma wartość:

$$F_s = k(\Delta x_0 + \Delta x_1)$$

Wykorzystamy warunek równowagi sił w położeniu x_0 oraz uwzględnimy zwrot osi x. Zatem siła wypadkowa wyraża się wzorem:

$$F_w = k(\Delta x_0 + \Delta x_1) - mg \qquad \text{oraz} \qquad k\Delta x_0 = mg$$

Z dwóch powyższych równań ostatecznie wynika wzór na wartość siły wypadkowej:

$$F_w = k\Delta x_1$$

Zatem:

$$\mathcal{K} = k$$

Czyli wzór na okres drgań ciężarka ma postać:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\mathcal{K}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Ponownie wykorzystamy warunek równowagi sił w położeniu x_0 ciężarka:

$$k\Delta x_0 = mg \qquad \rightarrow \qquad \frac{m}{k} = \frac{\Delta x_0}{g}$$

Ostatnią zależność podstawimy do wzoru na okres drgań:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta x_0}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}05\ \mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \approx 0{,}45\ \mathrm{s}$$