Zadanie 5.1. (0–1)

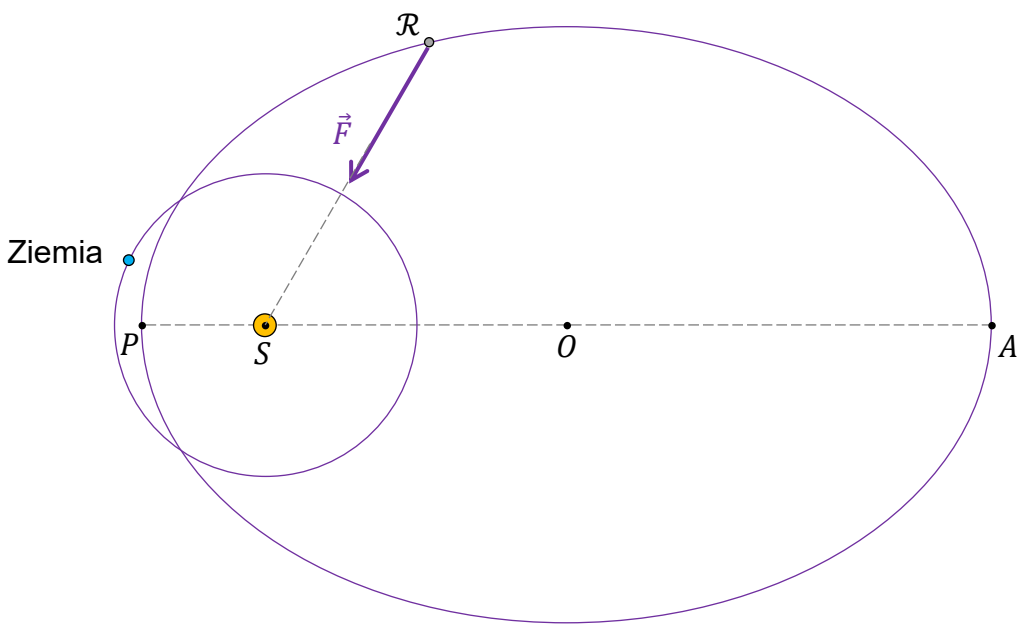
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]. II.10) (SP) stosuje pojęcie siły jako wielkości opisującej oddziaływanie na ciało, uwzględnia wektorowy charakter siły – wskazuje wartość, kierunek i zwrot wektora siły oraz ciało, do którego przyłożona jest siła […]. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego; wskazuje siłę grawitacji jako przyczynę spadania ciał; IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych […].

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne narysowanie wektora siły $\vec{F}$, tzn. narysowanie wektora zaczepionego w $\mathcal{R}$ i skierowanego wzdłuż odcinka $\mathcal{R}S$ w stronę S.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie



Zadanie 5.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. IV.5) […] stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych i eliptycznych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu dookoła Słońca planetoidy $\mathcal{R}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego w latach ziemskich: $T_{\mathcal{R}} \approx 4{,}7$ roku

1 pkt – zapisanie równania III prawa Keplera (dla planetoidy $\mathcal{R}$ i Ziemi), z uwzględnieniem (np. poprzez oznaczenia lub podanie wartości danych liczbowych) okresów obiegu planetoidy $\mathcal{R}$ i Ziemi dookoła Słońca, półosi wielkiej orbity planetoidy $\mathcal{R}$, promienia orbity Ziemi, **oraz** poprawna metoda wyznaczenia długości półosi wielkiej orbity planetoidy $\mathcal{R}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\left(\frac{T_{\mathcal{R}}^2}{a_{\mathcal{R}}^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \quad \text{albo} \quad \frac{T_{\mathcal{R}}^2}{a_{\mathcal{R}}^3} = \frac{(1\text{ rok})^2}{(1\text{ au})^3}\right)$ oraz $\left(a_{\mathcal{R}} = \frac{|PA|}{2} \text{ albo oznaczenie } a_{\mathcal{R}} \text{ na osi}\right)$

LUB

– (dotyczy rozwiązania sposobem 2.) powołanie się na równość okresów obiegu dookoła Słońca planetoidy $\mathcal{R}$ i ciała $\mathcal{C}$ poruszającego się po orbicie kołowej o promieniu równym $r_{\mathcal{C}} = a_{\mathcal{R}}$ **oraz** zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na ciało $\mathcal{C}$ jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyśpieszenie dośrodkowe jako przyśpieszenie grawitacyjne), **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyśpieszenia) **oraz** uwzględnienie wzoru na prędkość liniową (lub kątową), np. zapisy równoważne poniższym:

$(r_{\mathcal{C}} = a_{\mathcal{R}} \quad \text{oraz} \quad T_{\mathcal{C}} = T_{\mathcal{R}}) \quad \text{oraz} \quad \frac{m_{\mathcal{R}} v^2}{r_{\mathcal{C}}} = \frac{G M_S m_{\mathcal{R}}}{r_{\mathcal{C}}^2} \quad \text{oraz} \quad v = \frac{2\pi r_{\mathcal{C}}}{T_{\mathcal{C}}}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (zastosowanie III prawa Keplera)

Planetoida $\mathcal{R}$ oraz Ziemia obiegają wspólne centrum grawitacyjne – Słońce. Do obliczenia okresu obiegu planetoidy $\mathcal{R}$ dookoła Słońca wykorzystamy III prawo Keplera:

$$\frac{T_{\mathcal{R}}^2}{a_{\mathcal{R}}^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \quad \rightarrow \quad T_{\mathcal{R}} = \sqrt{\left(\frac{a_{\mathcal{R}}}{a_Z}\right)^3} \cdot T_Z$$

gdzie $a_{\mathcal{R}}$ jest długością półosi wielkiej orbity planetoidy $\mathcal{R}$, a_Z jest promieniem orbity Ziemi, $T_{\mathcal{R}}$ i T_Z są okresami obiegu planetoidy $\mathcal{R}$ i Ziemi dookoła Słońca.

Wyznaczymy $a_{\mathcal{R}}$:

$$a_{\mathcal{R}} = \frac{|PA|}{2} = 2{,}81\ \text{au}$$

Podstawimy dane do równania wynikającego z III prawa Keplera:

$$T_{\mathcal{R}} = \sqrt{\left(\frac{2{,}81\ \text{au}}{1\ \text{au}}\right)^3} \cdot 1\ \text{rok} \approx 4{,}7\ \text{roku}$$

Sposób 2. (zastosowanie zasad dynamiki w ruchu po okręgu)

Uwaga! Poniżej przedstawiony sposób rozwiązania jest prawidłowy, jednak nie jest rekomendowany dla tego zadania, ponieważ nie jest optymalny (ze względu na użycie większej liczby zależności i konieczność przeliczenia na lata ziemskie).

Wykorzystamy metodę zastępczej orbity kołowej dla eliptycznej orbity planetoidy $\mathcal{R}$. Rozważmy ciało $\mathcal{C}$ poruszające się po orbicie kołowej o takim promieniu $r_{\mathcal{C}}$, który jest równy długości półosi wielkiej orbity eliptycznej planetoidy $\mathcal{R}$:

$$r_{\mathcal{C}} = a_{\mathcal{R}} \quad \rightarrow \quad r_{\mathcal{C}} = 2{,}81\ \text{au}$$

Zgodnie z III prawem Keplera dla orbit kołowych i eliptycznych, okres obiegu ciała $\mathcal{C}$ dookoła Słońca jest równy okresowi obiegu planetoidy $\mathcal{R}$ dookoła Słońca:

$$T_{\mathcal{C}} = T_{\mathcal{R}}$$

Przy takim założeniu obliczymy $T_{\mathcal{C}}$ z wykorzystaniem II zasady dynamiki dla ruchu po okręgu. Funkcję siły dośrodkowej działającej na ciało $\mathcal{C}$ pełni siła grawitacji pochodząca od Słońca:

$$m_{\mathcal{C}}\left(\frac{2\pi}{T_{\mathcal{C}}}\right)^2 r_{\mathcal{C}} = \frac{GM_S m_{\mathcal{C}}}{r_{\mathcal{C}}^2} \quad \rightarrow \quad T_{\mathcal{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{{r_{\mathcal{C}}}^3}{GM_S}}$$

$$T_{\mathcal{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{(2{,}81 \cdot 1{,}50 \cdot 10^{11}\ \text{m})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}\ \text{kg}}}} \approx 14{,}9 \cdot 10^7\ \text{s}$$

$$T_{\mathcal{R}} = T_{\mathcal{C}} = 14{,}9 \cdot 10^7\ \text{s}$$

Wynik wyrazimy w latach ziemskich:

$$T_R \approx \frac{14{,}9 \cdot 10^7\ \text{s}}{3{,}65 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}6 \cdot 10^{2+1+3}\ \frac{\text{s}}{\text{rok}}} \approx 4{,}7\ \text{roku}$$

Zadanie 5.3. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych […].	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego; wskazuje siłę grawitacji jako przyczynę spadania ciał.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 5.4. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. III.6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego […]; III.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu. IV.6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu. ALBO II.20) […] wykorzystuje […] zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. IV.7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu pod wpływem siły grawitacji.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości planetoidy $\mathcal{R}$ w punkcie aphelium **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_A \approx 7{,}3\ \mathrm{km/s}$

2 pkt – zapisanie równości momentów pędu (względem środka Słońca) planetoidy $\mathcal{R}$ w punktach A (aphelium) i P (peryhelium) orbity **oraz** uwzględnienie w tym równaniu prędkości planetoidy w punktach A, P i odległości od środka Słońca do punktów A, P, **oraz** prawidłowe wyznaczenie odległości od środka Słońca do punktu A, np. zapisy równoważne poniższym:

$m_{\mathcal{R}} v_A r_A = m_{\mathcal{R}} v_P r_P$ oraz $r_A = |PA| - r_P$

albo w jednym równaniu

$v_A(|PA| - r_P) = v_P r_P$

1 pkt – zapisanie równości momentów pędu (względem środka Słońca) planetoidy $\mathcal{R}$ w punktach A (aphelium) i P (peryhelium) orbity **oraz** uwzględnienie w tym równaniu prędkości planetoidy w punktach A, P i odległości od środka Słońca do punktów A, P, np. zapisy równoważne poniższym:

$m_{\mathcal{R}} v_A r_A = m_{\mathcal{R}} v_P r_P$

LUB

– poprawna metoda obliczenia odległości od środka Słońca do punktu A (aphelium) orbity planetoidy $\mathcal{R}$ **oraz** wyznaczenie tej odległości (na symbolach lub liczbach), np. zapisy równoważne poniższym:

$(|PA| = r_P + r_A \quad \rightarrow \quad r_A = |PA| - r_P)$ albo $r_A = 5{,}62\ \mathrm{au} - 0{,}81\ \mathrm{au} = 4{,}81\ \mathrm{au}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości planetoidy $\mathcal{R}$ w punkcie aphelium **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_A \approx 7{,}3\ \mathrm{km/s}$

2 pkt – zapisanie równań wyrażających zasadę zachowania energii mechanicznej **oraz** zapisanie równań wyrażających zasadę zachowania momentu pędu dla planetoidy $\mathcal{R}$ (tzn. przyrównanie energii mechanicznych oraz momentów pędu planetoidy $\mathcal{R}$ w punktach P i A), **oraz** wykorzystanie wzorów na energie mechaniczne i momenty pędu w punktach P i A, **oraz** poprawne wyprowadzenie wzoru na wartość prędkości planetoidy $\mathcal{R}$ w punkcie A, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\begin{cases} \dfrac{m_{\mathcal{R}} v_P^2}{2} - \dfrac{GM_S m_{\mathcal{R}}}{r_P} = \dfrac{m_{\mathcal{R}} v_A^2}{2} - \dfrac{GM_S m_{\mathcal{R}}}{r_A} \\ m_{\mathcal{R}} v_P r_P = m_{\mathcal{R}} v_A r_A \end{cases} \quad \rightarrow \quad v_A = \sqrt{\frac{2GM_S}{(r_A + r_P)} \cdot \frac{r_P}{r_A}}$$

LUB

– bezpośrednie zapisanie wzoru na prędkość planetoidy $\mathcal{R}$ w punkcie A orbity **oraz** prawidłowe wyznaczenie odległości od środka Słońca do punktu A, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_A = \sqrt{\frac{2GM_S}{(r_A + r_P)} \cdot \frac{r_P}{r_A}} \quad \rightarrow \quad r_A = |PA| - r_P$$

1 pkt – zapisanie równań wyrażających zasadę zachowania energii mechanicznej **oraz** zapisanie równań wyrażających zasadę zachowania momentu pędu planetoidy $\mathcal{R}$ (tzn. przyrównanie energii mechanicznych oraz momentów pędu planetoidy $\mathcal{R}$ w punktach P i A), np. zapisy równoważne poniższym:

$E_P = E_A$ oraz $L_P = L_A$

LUB

– bezpośrednie zapisanie wzoru (bez wyprowadzenia) na prędkość planetoidy $\mathcal{R}$ w punkcie A orbity, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_A = \sqrt{\frac{2GM_S}{(r_A + r_P)} \cdot \frac{r_P}{r_A}}$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia odległości od środka Słońca do punktu A (aphelium) orbity planetoidy $\mathcal{R}$ **oraz** wyznaczenie tej odległości (na symbolach lub liczbach), np. zapisy równoważne poniższym:

$(|PA| = r_P + r_A \quad \rightarrow \quad r_A = |PA| - r_P)$ albo $r_A = 5{,}62\ \text{au} - 0{,}81\ \text{au} = 4{,}81\ \text{au}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 3.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości planetoidy $\mathcal{R}$ w punkcie aphelium **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_A \approx 7{,}3\ \text{km/s}$

2 pkt – zapisanie równości energii mechanicznych planetoidy $\mathcal{R}$ w punktach A (aphelium) i P (peryhelium) orbity **oraz** uwzględnienie w wyrażeniu na energię mechaniczną wzorów na energię potencjalną i na energię kinetyczną, **oraz** prawidłowe wyznaczenie odległości od środka Słońca do punktu A, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{m_{\mathcal{R}} v_P^2}{2} - \frac{GM_S m_{\mathcal{R}}}{r_P} = \frac{m_{\mathcal{R}} v_A^2}{2} - \frac{GM_S m_{\mathcal{R}}}{r_A} \quad \text{oraz} \quad r_A = |PA| - r_P$$

albo w jednym równaniu

$$\frac{m_{\mathcal{R}} v_P^2}{2} - \frac{GM_S m_{\mathcal{R}}}{r_P} = \frac{m_{\mathcal{R}} v_A^2}{2} - \frac{GM_S m_{\mathcal{R}}}{|PA| - r_P}$$

1 pkt – zapisanie równości energii mechanicznych planetoidy $\mathcal{R}$ w punktach A (aphelium) i P (peryhelium) orbity **oraz** uwzględnienie w wyrażeniu na energię mechaniczną energii potencjalnej i energii kinetycznej (wystarczy poprzez oznaczenie), np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{A\,kin} + E_{A\,pot} = E_{P\,kin} + E_{P\,pot}$

LUB

– poprawna metoda obliczenia odległości od środka Słońca do punktu A (aphelium) orbity planetoidy $\mathcal{R}$ **oraz** wyznaczenie tej odległości (na symbolach lub liczbach), np. zapisy równoważne poniższym:

$(|PA| = r_P + r_A \quad \rightarrow \quad r_A = |PA| - r_P)$ albo $r_A = 5{,}62\ \text{au} - 0{,}81\ \text{au} = 4{,}81\ \text{au}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (zastosowanie zasady zachowania momentu pędu)

Wykorzystamy zasadę zachowania momentu pędu planetoidy $\mathcal{R}$ względem punktu centrum grawitacyjnego. Moment pędu planetoidy w punkcie perycentrum jest równy momentowi pędu planetoidy w punkcie apocentrum:

$$L_A = L_P$$

Wykorzystamy wzór na moment pędu. Prędkości planetoidy w punktach apocentrum i perycentrum są prostopadłe do promienia wodzącego, zatem:

$$m_{\mathcal{R}} v_A r_A = m_{\mathcal{R}} v_P r_P \quad \rightarrow \quad v_A r_A = v_P r_P$$

$$v_A = \frac{r_P}{r_A} v_P$$

Wyznaczymy r_A:

$$r_A + r_P = |PA| \quad \rightarrow \quad r_A = |PA| - r_P = 5{,}62\ \text{au} - 0{,}81\ \text{au} = 4{,}81\ \text{au}$$

Podstawimy dane liczbowe do wzoru na v_A:

$$v_A = \frac{0{,}81\ \text{au}}{4{,}81\ \text{au}} \cdot 43{,}29\ \frac{\text{km}}{\text{s}} = 7{,}29\ \frac{\text{km}}{\text{s}} \approx 7{,}3\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Sposób 2. (wyprowadzenie wzoru z zasad zachowania)

Uwaga! Poniżej przedstawiony sposób nie jest rekomendowany dla tego zadania, ponieważ nie wykorzystuje v_P i wymaga więcej rachunków algebraicznych oraz liczbowych niż sposób 1. Ten sposób byłby konieczny, gdyby w zadaniu nie była podana prędkość v_P.

Obliczymy wartość v_A prędkości, jaką ma planetoida $\mathcal{R}$ w punkcie A orbity. Wykorzystamy zasadę zachowania energii mechanicznej oraz zasadę zachowania momentu pędu dla planetoidy $\mathcal{R}$. Przyrównamy te wielkości w punktach P i A orbity eliptycznej:

$$\begin{cases} E_P = E_A \\ L_P = L_A \end{cases}$$

Do powyższego układu równań podstawimy odpowiednie wzory na energię mechaniczną i moment pędu, następnie przekształcimy układ równań i wyznaczymy v_A:

$$\begin{cases} \frac{m_{\mathcal{R}} v_P^2}{2} - \frac{G M_S m_{\mathcal{R}}}{r_P} = \frac{m_{\mathcal{R}} v_A^2}{2} - \frac{G M_S m_{\mathcal{R}}}{r_A} \\ m_{\mathcal{R}} v_P r_P = m_{\mathcal{R}} v_A r_A \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} v_P^2 - \frac{2GM_S}{r_P} = v_A^2 - \frac{2GM_S}{r_A} \\ v_P = \frac{r_A}{r_P} v_A \end{cases}$$

$$v_A^2 - \left(\frac{r_A}{r_P}\right)^2 v_A^2 = \frac{2GM_S}{r_A} - \frac{2GM_S}{r_P}$$

$$v_A^2 \left(1 - \left(\frac{r_A}{r_P}\right)^2\right) = 2GM_S \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_P}\right)$$

$$v_A^2 \left(\frac{r_P^2 - r_A^2}{r_P^2}\right) = 2GM_S \left(\frac{r_P - r_A}{r_A r_P}\right)$$

$$v_A^2 \left(\frac{r_P + r_A}{r_P}\right) = 2GM_S \left(\frac{1}{r_A}\right)$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2GM_S}{(r_P + r_A)} \cdot \frac{r_P}{r_A}} = \sqrt{\frac{GM_S}{\frac{|PA|}{2}} \cdot \frac{r_P}{|PA| - r_P}}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot 1{,}988 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}}{2{,}81 \cdot 1{,}496 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}} \cdot \frac{0{,}81\ \mathrm{au}}{4{,}81\ \mathrm{au}}} \approx 7{,}29 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 7{,}3\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 3. (zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej)

Uwaga! Poniżej przedstawiony sposób nie jest rekomendowany dla tego zadania, ponieważ nie jest optymalny – wymaga więcej rachunków liczbowych niż sposób 1.

Obliczymy wartość v_A prędkości, jaką ma planetoida $\mathcal{R}$ w punkcie A orbity. Wykorzystamy zasadę zachowania energii mechanicznej dla planetoidy $\mathcal{R}$. Przyrównamy energie mechaniczne w punktach P i A orbity eliptycznej oraz uwzględnimy w energii mechanicznej energię kinetyczną i energię potencjalną:

$$E_P = E_A \qquad \text{czyli} \qquad E_{P\,kin} + E_{P\,pot} = E_{A\,kin} + E_{A\,pot}$$

Do powyższego równania podstawimy odpowiednie wzory i wyznaczymy v_A:

$$\frac{m_{\mathcal{R}} v_P^2}{2} - \frac{GM_S m_{\mathcal{R}}}{r_P} = \frac{m_{\mathcal{R}} v_A^2}{2} - \frac{GM_S m_{\mathcal{R}}}{r_A}$$

$$v_P^2 - \frac{2GM_S}{r_P} = v_A^2 - \frac{2GM_S}{r_A}$$

$$v_A = \sqrt{v_P^2 - \frac{2GM_S}{r_P} + \frac{2GM_S}{r_A}} = \sqrt{v_P^2 - 2GM_S\left(\frac{r_A - r_P}{r_A r_P}\right)}$$

$$v_A = \sqrt{v_P^2 - 2GM_S \frac{|PA| - 2r_P}{(|PA| - r_P) r_P}}$$

$$v_A = \sqrt{\left(43{,}29\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 2 \cdot 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot 1{,}988 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg} \frac{4\ \mathrm{au}}{4{,}81 \cdot 0{,}81\ \mathrm{au^2}}}$$

$$v_A = \sqrt{\left(43{,}29\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 2 \cdot 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}988 \cdot 10^{30} \frac{4}{4{,}81 \cdot 0{,}81} \cdot \frac{1}{1{,}496 \cdot 10^{11}}\ \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}}}$$

$$v_A \approx \sqrt{1\,874{,}02\ \frac{\mathrm{km^2}}{\mathrm{s^2}} - 1\,821{,}09\ \frac{\mathrm{km^2}}{\mathrm{s^2}}} \approx 7{,}3\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$