Zadanie 6.1. (0–3)

a) (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda obliczenia prędkości dźwięku w powietrzu o temperaturze 20 °C oraz prawidłowy wynik z jednostką podany z dokładnością do 4 cyfr znaczących.

1 p. – prawidłowe zastosowanie podanego wzoru z uwzględnieniem temperatury wyrażonej w kelwinach.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

$$t = 20\ ℃ \quad \rightarrow \quad T = 293{,}15\ \mathrm{K}$$

$$v_T = v_0\sqrt{\frac{T}{T_0}} \qquad \rightarrow \qquad v_T = 331{,}8 \cdot \sqrt{\frac{293{,}15}{273{,}15}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad \rightarrow \qquad v_T \approx 343{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) (0–1)

Schemat punktowania

1 p. – prawidłowe obliczenie różnicy procentowej otrzymanego wyniku z wartością prędkości podaną w tabeli.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Przykładowe rozwiązanie

$$\frac{v_{T\ wzor}}{v_{T\ tabela}} = \frac{343{,}7}{343{,}8} \approx 0{,}9997 = 1 - 0{,}0003 \qquad \rightarrow \qquad |\Delta v_T| \approx 0{,}03\%\ v_{T\ tabela}$$

Uwaga: jeżeli w obliczeniach nie korzysta się z przybliżenia wyniku w pkt a), to:

$$\frac{v_{T\ wzor}}{v_{T\ tabela}} = \frac{331{,}8}{343{,}8} \cdot \sqrt{\frac{293{,}15}{273{,}15}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 0{,}9998 = 1 - 0{,}0002 \quad \rightarrow \quad |\Delta v_T| \approx 0{,}02\%\ v_{T\ tabela}$$

Zadanie 6.2. (0–3)

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowa metoda wyprowadzenia wzoru, z wykorzystaniem związków 1)–3).

2 p. – wykorzystanie równania stanu gazu doskonałego, zapisanie wzoru na prędkość dźwięku w temperaturze 0 °C z uwzględnieniem parametrów p_0 i ρ_0 oraz zapisanie związku pomiędzy gęstością, masą molową, liczbą moli i objętością
lub
– wykorzystanie równania stanu gazu doskonałego, zapisanie wzoru na prędkość dźwięku w temperaturze 0 °C z uwzględnieniem parametrów p_0 i ρ_0 oraz stwierdzenie, że stosunek $\frac{p}{\rho}$ jest proporcjonalny do *T*.

1 p. – wykorzystanie równania stanu gazu doskonałego oraz zapisanie wzoru na prędkość dźwięku w temperaturze 0 °C z uwzględnieniem parametrów p_0 i ρ_0 (drugie równanie w punkcie 2) poniżej).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Wypiszemy wszystkie równania, z których wolno nam skorzystać, aby uzyskać równanie, które jest tezą do wykazania.

1) Równanie stanu gazu doskonałego:

$$pV = nRT$$

2) Podany wzór na prędkość dźwięku w temperaturze *T* i w temperaturze T_0:

$$v_T = \sqrt{\frac{pk}{\rho}} \qquad v_0 = \sqrt{\frac{p_0 k}{\rho_0}}$$

3) W równaniu 2) widzimy gęstość, a w równaniu 1) liczbę moli. Musimy więc powiązać obie wielkości. Wykorzystamy definicję masy molowej μ oraz definicję gęstości ρ:

$$\begin{cases} \mu = \dfrac{m}{n} \\ \rho = \dfrac{m}{V} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \frac{\mu}{\rho} = \frac{V}{n}$$

Wyprowadzamy wzór.

Z równań 2) otrzymujemy:

$$\frac{v_T}{v_0} = \sqrt{\frac{p}{\rho}}\sqrt{\frac{\rho_0}{p_0}}$$

Z równań 1) i 3) mamy:

$$pV = nRT \quad \rightarrow \quad p\frac{V}{n} = RT \quad \overset{3)}{\rightarrow} \quad p\frac{\mu}{\rho} = RT \quad \rightarrow \quad \frac{p}{\rho} = \frac{RT}{\mu}$$

Zatem:

$$\frac{v_T}{v_0} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}\sqrt{\frac{\mu}{RT_0}} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} \qquad \rightarrow \qquad v_T = v_0\sqrt{\frac{T}{T_0}}$$