Zadanie 6.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną […] gazów; VI.10) opisuje związek między temperaturą w skali Kelvina a […] energią wewnętrzną gazu doskonałego; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PFP

Zadanie 6.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy […] wykresy […] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]; I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.8) […] rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną […] gazów; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek VB [wyznaczenie V_B]:
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów B i A **lub** stwierdzenie (słownie bądź zapisem matematycznym) że przemiana $A \to B$ jest izochoryczna **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie B, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{3p_1V_B}{3T_1} \text{ lub } V_A = V_B \text{ lub } A \to B \text{ jest izochoryczna}\right) \text{ oraz } V_B = V_1$$

Warunek VC [wyznaczenie V_C]:
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów C i A lub skorzystanie z własności przemiany izobarycznej ($V \propto T$) **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie C, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_1V_C}{3T_1} \text{ lub } V \propto T \text{ lub } C \to A \text{ jest izobaryczna}\right) \text{ oraz } V_C = 3V_1$$

Warunek VX1 [wyznaczenie V_X sposobem 1.]:
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów X i A **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{2p_1V_X}{3T_1} \quad \text{oraz} \quad V_X = \frac{3}{2}V_1$$

Warunek 2_równania:
zapisanie dwóch równań wynikających z równań Clapeyrona dla par stanów: B i A lub C i A lub X i A, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\text{dwa równania spośród: } \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_BV_B}{T_B} \text{ lub } \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_CV_C}{T_C} \text{ lub } \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_XV_X}{T_X}$$

Warunek Punkty_ABC:
poprawne zaznaczenie na wykresie $(V,\ p)$ stanów A, B, C (niezależnie od poprawności linii łączących stany lub ich braku, nie musi być żadnych obliczeń).

Warunek Wykres_ABCX
poprawne zaznaczenie na wykresie $(V,\ p)$ stanów A, B, C, X **oraz** narysowanie poprawnej zależności ciśnienia p od objętości V (z uwzględnieniem kształtu izotermy, tzn. łuku przechodzącego przez punkt X w cyklu przemian $A \to B \to C \to A$).

Warunek VX2 [wyznaczenie V_X sposobem 2.]
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów X i B lub skorzystanie z własności przemiany izotermicznej ($V \propto \frac{1}{p}$) **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(p_BV_B = p_XV_X \text{ lub } V \propto \frac{1}{p} \text{ lub } B \to X \text{ jest izotermiczna}\right) \text{ oraz } V_X = \frac{3}{2}V_1$$

Warunek VX3 [wyznaczenie V_X sposobem 3.]
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów X i C lub skorzystanie z własności przemiany izotermicznej ($V \propto \frac{1}{p}$) **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(p_C V_C = p_X V_X \quad \text{lub} \quad V \propto \frac{1}{p} \quad \text{lub} \quad X \to C \ \text{ jest izotermiczna}\right) \quad \text{oraz} \quad V_X = \frac{3}{2} V_1$$

Schemat punktowania

4 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**) **oraz** warunku **Wykres_ABCX.**

3 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku **Punkty_ABC**
LUB
– spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**)
LUB
– spełnienie warunku **Wykres_ABCX** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**)

2 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC**
LUB
– spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2**)
LUB
– spełnienie warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX3**)
LUB
– spełnienie warunku **Wykres_ABCX** (bez spełnienia innych warunków, bez żadnych obliczeń)
LUB
– spełnienie warunku **Punkty_ABC** **oraz** warunku (**VB** lub **VC**)

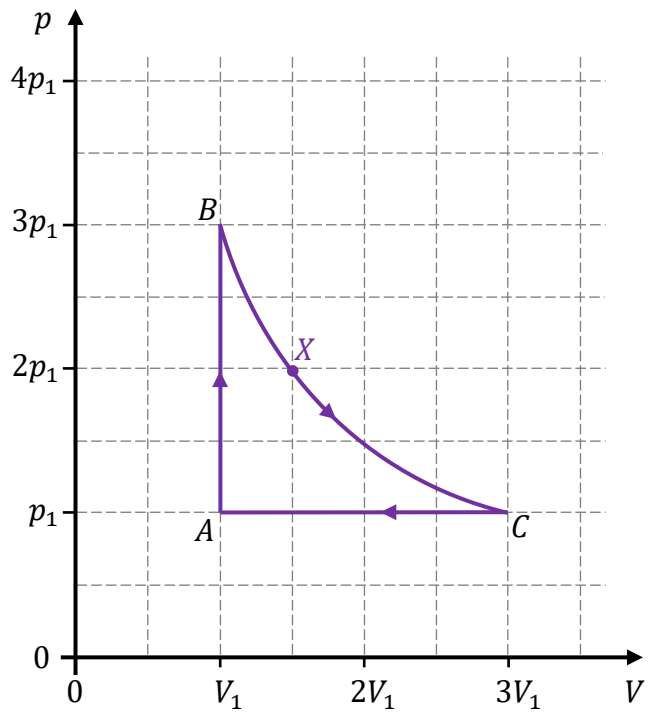
1 pkt – spełnienie warunku **VB**
LUB
– spełnienie warunku **VC**
LUB
– spełnienie warunku **VX1**
LUB
– spełnienie warunku **2_równania**
LUB
– spełnienie warunku **Punkty_ABC** (bez spełnienia innych warunków, bez żadnych obliczeń)

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa
Warunek **Wykres_ABCX** nie będzie uznany jako spełniony, jeżeli zamiast linii w postaci łuku łączącego punkty BXC, będzie to krzywa łamana złożona z odcinków prostych BX oraz XC.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wykres 2.



Stan A ma na wykresie współrzędne:

$$A = (V_A;\ p_A) = (V_1;\ p_1)$$

Współrzędne stanu $B = (V_B;\ p_B)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1.
Z równań Clapeyrona dla stanów A i B oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B} \quad \text{gdzie} \quad (p_B = 3p_1 \ \text{ oraz } \ T_B = 3T_1) \quad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{3p_1 V_B}{3T_1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_B = V_1} \quad \rightarrow \quad B = (V_B;\ p_B) = (V_1; 3p_1)$$

Współrzędne stanu $C = (V_C;\ p_C)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1. Z równań Clapeyrona dla stanów A i C oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_C V_C}{T_C} \quad \text{gdzie} \quad (p_C = p_1 \ \text{ oraz } \ T_C = 3T_1) \quad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1 V_C}{3T_1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_C = 3V_1} \quad \rightarrow \quad C = (V_C;\ p_C) = (3V_1;\ p_1)$$

Dalej wyznaczymy objętość V_X stanu X. Można to zrobić na trzy różne sposoby.

Sposób 1. wyznaczenia V_X

Współrzędne stanu $X = (V_X;\ p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1. Z równań Clapeyrona dla stanów A i X oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_X V_X}{T_X} \quad \text{gdzie} \quad (p_X = 2p_1 \ \text{ oraz } \ T_X = 3T_1) \quad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{2p_1 V_X}{3T_1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_X = \frac{3}{2} V_1} \quad \rightarrow \quad X = (V_X;\ p_X) = \left(\frac{3}{2}V_1;\ 2p_1\right)$$

Sposób 2. wyznaczenia V_X

Współrzędne stanu $X = (V_X;\ p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1. Z równań Clapeyrona dla stanów B i X oraz z wykresu 1. oraz z własności przemiany izotermicznej $B \rightarrow C$ wynika, że:

$$p_B V_B = p_X V_X \quad \text{gdzie} \quad (p_B = 3p_1 \ \text{ oraz } \ V_B = V_1 \ \text{ oraz } \ p_X = 2p_1) \ \text{ zatem}$$

$$3p_1 V_1 = 2p_1 V_X \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_X = \frac{3}{2} V_1} \quad \rightarrow \quad X = (V_X;\ p_X) = \left(\frac{3}{2}V_1;\ 2p_1\right)$$

Sposób 3. wyznaczenia V_X

Współrzędne stanu $X = (V_X;\ p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1. Z równań Clapeyrona dla stanów C i X oraz z wykresu 1. oraz z własności przemiany izotermicznej $B \rightarrow C$ wynika, że:

$$p_C V_C = p_X V_X \quad \text{gdzie} \quad (p_C = p_1 \ \text{ oraz } \ V_C = 3V_1 \ \text{ oraz } \ p_X = 2p_1) \ \text{ zatem}$$

$$p_1 \cdot 3V_1 = 2p_1 V_X \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_X = \frac{3}{2} V_1} \quad \rightarrow \quad X = (V_X;\ p_X) = \left(\frac{3}{2}V_1;\ 2p_1\right)$$

Zadanie 6.3. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną […] gazów; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.13) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego; VI.14) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach i pompach cieplnych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ciepła oddanego w cyklu **oraz** zapisanie poprawnego wyrażenia na ciepło oddane: $|Q_{CA}| = 5nRT_1$

1 pkt – identyfikacja ciepła oddanego przez gaz jako ciepła wymienionego z otoczeniem w przemianie $C \to A$ **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej $C \to A$ a przyrostem temperatury ΔT_{CA}, np. zapisy równoważne poniższym:

$|Q_{odd}| = |Q_{CA}|$ oraz $|Q_{CA}| = |nC_p\Delta T_{CA}|$

LUB

– identyfikacja ciepła oddanego przez gaz jako ciepła wymienionego z otoczeniem w przemianie $C \to A$ **oraz** zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $C \to A$ z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków energii lub z poprawnym zastosowaniem wzoru na pracę albo zmianę energii wewnętrznej

$|Q_{odd}| = |Q_{CA}|$ oraz $(-|\Delta U_{CA}| = -|Q_{CA}| + |W_{CA}|$ lub $\Delta U_{CA} = Q_{CA} - p\Delta V$ lub lub $nC_V\Delta T_{CA} = Q_{CA} + W_{CA})$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (zastosowanie wzoru na ciepło w przemianie izobarycznej)

Obliczymy ciepło oddane przez gaz w cyklu. Gaz oddaje ciepło tylko w przemianie $C \to A$ (izobarycznej):

$$1)\quad Q_{odd} = Q_{CA}$$

Do wyznaczenia $|Q_{CA}|$ zastosujemy wzór na ciepło wymienione w przemianie izobarycznej:

$$2)\quad |Q_{CA}| = |nC_p\Delta T_{CA}|$$

Zastosujemy związek między ciepłem molowym przy stałej objętości a ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu:

$$3)\quad C_p = C_V + R = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$$

Do równania 2) podstawimy związek 3) oraz przyrost temperatury ΔT_{CA} odczytany z wykresu 1.:

$$4)\quad |Q_{CA}| = \left|n\frac{5}{2}R(T_1 - 3T_1)\right| = 5nRT_1$$

Sposób 2. (zastosowanie I zasady termodynamiki)

Obliczymy ciepło oddane przez gaz w cyklu. Gaz oddaje ciepło tylko w przemianie $C \to A$ (izobarycznej):

$$1)\quad Q_{odd} = Q_{CA}$$

Do wyznaczenia $|Q_{CA}|$ zastosujemy I zasadę termodynamiki. Zastosujemy konwencję, zgodnie z którą, gdy gaz traci energię w postaci pracy lub ciepła, to zapisujemy ją ze znakiem minus, a gdy zyskuje energię w postaci pracy lub ciepła, to zapisujemy ją ze znakiem plus.

Podczas sprężania izobarycznego gaz oddaje do otoczenia energię w postaci ciepła i jednocześnie zyskuje z zewnątrz energię w postaci pracy wykonanej nad układem. Ponadto uwzględnimy od razu, że zmiana energii wewnętrznej jest ujemna, ponieważ temperatura w przemianie izobarycznej $C \rightarrow A$ zmalała. Zapiszemy I zasadę termodynamiki:

$$\text{2a)} \quad -|\Delta U_{CA}| = -|Q_{CA}| + |W_{CA}| \qquad \rightarrow \qquad \text{2b)} \quad |Q_{CA}| = |W_{CA}| + |\Delta U_{CA}|$$

W równaniu 2b) uwzględnimy wzór na pracę oraz energię wewnętrzną

$$3) \qquad |Q_{CA}| = p|\Delta V_{CA}| + nC_V|\Delta T_{CA}|$$

W równaniu 3) uwzględnimy równanie stanu gazu doskonałego:

$$4) \qquad |Q_{CA}| = nR|\Delta T_{CA}| + nC_V|\Delta T_{CA}|$$

Do równania 4) podstawimy ciepło $C_V = \frac{3}{2}R$ oraz przyrost temperatury ΔT_{CA} odczytany z wykresu 1.:

$$5) \qquad |Q_{CA}| = nR \cdot 2T_1 + n\frac{3}{2}R \cdot 2T_1 = 5nRT_1$$