Zadanie 7.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany […] adiabatyczną gazów; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PFP

Zadanie 7.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.8) […] rozróżnia przemiany […] adiabatyczną gazów; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia współczynnika k **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego: $k \approx 1{,}67$

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na współczynnik k dla dowolnych stanów $X = (V_X, p_X)$, $Y = (V_Y, p_Y)$ przemiany adiabatycznej $A \to B$ **oraz** podanie prawidłowej postaci wzoru:

$$p_X \cdot (V_X)^k = p_Y \cdot (V_Y)^k \qquad \to \qquad k = \log_{\left(\frac{V_X}{V_Y}\right)} \left(\frac{p_Y}{p_X}\right)$$

LUB

– zapisanie równania dla dowolnych stanów $X = (V_X, p_X)$, $Y = (V_Y, p_Y)$ przemiany adiabatycznej $A \to B$ **oraz** podstawienie prawidłowych współrzędnych stanów X, Y odczytanych z wykresu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$2\,900 \cdot (11{,}5)^k = 1\,150 \cdot (20)^k$$

1 pkt – zapisanie równania dla dowolnych stanów $X = (V_X, p_X)$, $Y = (V_Y, p_Y)$ przemiany adiabatycznej $A \to B$ w postaci równoważnej do:

$$p_X \cdot (V_X)^k = p_Y \cdot (V_Y)^k$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1.

Z podanej w zadaniu zależności wynika, że dla dowolnych stanów $X = (V_X, p_X)$, $Y = (V_Y, p_Y)$ w przemianie adiabatycznej $A \to B$ zachodzi:

$$p_X \cdot (V_X)^k = p_Y \cdot (V_Y)^k$$

Przekształcimy równanie do postaci $b = a^c$:

$$\frac{p_Y}{p_X} = \left(\frac{V_X}{V_Y}\right)^k$$

Skorzystamy z definicji logarytmu:

$$k = \log_{\left(\frac{V_X}{V_Y}\right)}\left(\frac{p_Y}{p_X}\right)$$

Wybierzemy konkretne stany w przemianie $A \to B$ i odczytamy z wykresu ich współrzędne:

$$X = A = (11{,}5\ \mathrm{dm}^3\ ;\ 2\ 900\ \mathrm{hPa}) \qquad Y = B = (20\ \mathrm{dm}^3\ ;\ 1\ 150\ \mathrm{hPa})$$

Podstawimy odczytane z wykresu współrzędne do wzoru na k:

$$k = \log_{\frac{11{,}5}{20}}\left(\frac{1\ 150}{2\ 900}\right) \approx \log_{0{,}575} 0{,}3966 = \frac{\log 0{,}3966}{\log 0{,}575} \approx 1{,}67$$

Sposób 2.

Z podanej w zadaniu zależności wynika, że dla dowolnych stanów $X = (V_X, p_X)$, $Y = (V_Y, p_Y)$ w przemianie adiabatycznej $A \to B$ zachodzi:

$$p_X \cdot (V_X)^k = p_Y \cdot (V_Y)^k$$

Wybierzemy konkretne stany w przemianie $A \to B$ i odczytamy z wykresu ich współrzędne:

$$X = A = (11{,}5\ \mathrm{dm}^3\ ;\ 2\ 900\ \mathrm{hPa}) \qquad Y = B = (20\ \mathrm{dm}^3\ ;\ 1\ 150\ \mathrm{hPa})$$

Podstawimy odczytane z wykresu współrzędne do równania adiabaty:

$$2\ 900 \cdot (11{,}5)^k = 1\ 150 \cdot (20)^k$$

$$2{,}522 = 1{,}739^k$$

Powyższe równanie zlogarytmujemy obustronnie logarytmem dziesiętnym:

$$\log 2{,}522 = k \log 1{,}739$$

$$k = \frac{\log 2{,}522}{\log 1{,}739} \approx 1{,}67$$

Zadanie 7.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany […] adiabatyczną gazów; VI.10) opisuje związek między temperaturą w skali Kelvina a […] energią wewnętrzną gazu doskonałego; VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości bezwzględnej zmiany temperatury w przemianie $A \to B$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:

$|\Delta T_{AB}| \approx 124\ \mathrm{K}$

2 pkt – poprawne zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $A \to B$ **oraz** uwzględnienie faktu, że $Q_{AB} = 0$, **oraz** uwzględnienie związku między zmianą energii wewnętrznej a zmianą temperatury, np. zapisy równoważne poniższym:

$\frac{3}{2} nR\Delta T_{AB} = -|W_{AB}|$

LUB

– wykorzystanie równania stanu gazu doskonałego do obliczenia objętości i ciśnienia gazu dla stanów A i B **oraz** prawidłowa identyfikacja wartości liczbowych (wyrażonych w odpowiednich jednostkach) objętości i ciśnienia w stanach A i B, np. zapisy równoważne poniższym:

$p_A V_A = nRT_A$ oraz $p_B V_B = nRT_B$

oraz

$V_A = 11{,}5\ \mathrm{dm}^3\ ;\ p_A = 2\,900\ \mathrm{hPa}\ ;\ V_B = 20\ \mathrm{dm}^3\ ;\ p_B = 1\,150\ \mathrm{hPa}$

LUB

– poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na $|\Delta T_{AB}|$ z wykorzystaniem równania stanu **oraz** podanie poprawnej postaci tego wzoru:

$|T_B - T_A| = \left|\frac{p_B V_B}{nR} - \frac{p_A V_A}{nR}\right| = \left|\frac{p_B V_B - p_A V_A}{nR}\right|$

1 pkt – poprawne zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $A \to B$ **oraz** uwzględnienie faktu, że $Q_{AB} = 0$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\Delta U_{AB} = -|W_{AB}|$

LUB

– wykorzystanie równania stanu gazu doskonałego do obliczenia objętości i ciśnienia gazu dla stanów A i B, np. zapisy równoważne poniższym:

$p_A V_A = nRT_A$ oraz $p_B V_B = nRT_B$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1. (z wykorzystaniem I zasady termodynamiki)

W przemianie adiabatycznej $A \to B$ gaz nie wymienia ciepła z otoczeniem:

$$Q_{AB} = 0$$

Zapiszemy pierwszą zasadę termodynamiki dla przemiany $A \to B$ i uwzględnimy powyższy warunek oraz konwencję znaków (gaz traci energię w postaci pracy siły parcia):

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} \quad \to \quad \Delta U_{AB} = -|W_{AB}|$$

Wykorzystamy wzór na zmianę energii wewnętrznej gazu doskonałego:

$$\frac{3}{2}nR\Delta T_{AB} = -|W_{AB}| \quad \rightarrow \quad \Delta T_{AB} = -\frac{2|W_{AB}|}{3nR}$$

$$\Delta T_{AB} = -\frac{2 \cdot 1\,542\ \mathrm{J}}{3 \cdot 1\ \mathrm{mol} \cdot 8{,}314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K \cdot mol}}} \quad \rightarrow \quad |\Delta T_{AB}| \approx 124\ \mathrm{K}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem równania stanu)

Do obliczenia temperatur gazu w stanach A i B skorzystamy z równania stanu gazu doskonałego:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{oraz} \quad p_B V_B = nRT_B$$

Odczytamy z wykresu objętości i ciśnienia gazu dla stanów A i B:

$$V_A = 11{,}5\ \mathrm{dm^3}\ ;\ p_A = 2\,900\ \mathrm{hPa} \quad \text{oraz} \quad V_B = 20\ \mathrm{dm^3}\ ;\ p_B = 1\,150\ \mathrm{hPa}$$

Obliczymy temperatury w stanach A i B:

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} \quad \text{oraz} \quad T_B = \frac{p_B V_B}{nR}$$

$$T_A = \frac{11{,}5\ \mathrm{dm^3} \cdot 2\,900\ \mathrm{hPa}}{1\ \mathrm{mol} \cdot 8{,}314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K \cdot mol}}} = \frac{11{,}5 \cdot 2\,900 \cdot 10^{-1}\ \mathrm{J}}{8{,}314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}} \approx 401\ \mathrm{K}$$

$$T_B = \frac{20\ \mathrm{dm^3} \cdot 1\,150\ \mathrm{hPa}}{1\ \mathrm{mol} \cdot 8{,}314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K \cdot mol}}} = \frac{20 \cdot 1\,150 \cdot 10^{-1}\ \mathrm{J}}{8{,}314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}} \approx 277\ \mathrm{K}$$

Obliczymy wartość bezwzględną różnicy temperatur:

$$|\Delta T_{AB}| = |T_B - T_A| \approx |277\ \mathrm{K} - 401\ \mathrm{K}| \approx 124\ \mathrm{K}$$