Zadanie 8. (0–4)

a) (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowe wyprowadzenie wzoru pozwalającego wyznaczyć M z parametrów orbitalnych.

1 p. – zapisanie siły grawitacji jako siły dośrodkowej oraz skorzystanie ze wzoru na wartość prędkości liniowej albo prędkości kątowej w ruchu jednostajnym po okręgu.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1.

Zapiszemy siłę grawitacji jako siłę dośrodkową i wykorzystamy wzór na wartość prędkości w ruchu jednostajnym po okręgu:

$$\begin{cases} \frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \\ v = \frac{2\pi r}{T} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v^2 = \frac{GM}{r} \\ v = \frac{2\pi r}{T} \end{cases} \rightarrow \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{GM}{r} \rightarrow M = \frac{4\pi^2}{G}\frac{r^3}{T^2}$$

Sposób 2.

Zapiszemy siłę grawitacji jako siłę dośrodkową i wykorzystamy wzór na wartość prędkości kątowej ruchu jednostajnym po okręgu:

$$\begin{cases} m\omega^2 r = \frac{GmM}{r^2} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega^2 = \frac{GM}{r^3} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{cases} \rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{GM}{r^3} \rightarrow M = \frac{4\pi^2}{G}\frac{r^3}{T^2}$$

b) (0–2)

Schemat punktowania

2 p. – wpisanie nazw odpowiednich planet we wszystkich wierszach oraz prawidłowe obliczenia ilorazów $\frac{r^3}{T^2}$ umożliwiające identyfikacje planet.

1 p. – wpisanie nazw odpowiednich planet we wszystkich wierszach bez obliczeń
lub
– wpisanie odpowiednich planet w dwóch wierszach wynikające z obliczeń ilorazów $\frac{r^3}{T^2}$.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie

	Promień orbity satelity, tys. km	**Okres obiegu dookoła planety, dni**	**Planeta macierzysta, Jowisz albo Saturn**
1.	295	1,89	*Saturn*
2.	422	1,77	*Jowisz*
3.	671	3,55	*Jowisz*
4.	3560	79,3	*Saturn*

Obliczenia

Ponieważ $\frac{r^3}{T^2} \sim M$ to wystarczy porównać ilorazy $\frac{r^3}{T^2}$ obliczone z danych w tabeli – większa wartość ilorazu odpowiada Jowiszowi:

$\frac{r_J^3}{T_J^2} \approx 24 \cdot 10^6 \ \frac{(\text{tys. km})^3}{\text{dni}^2}$ (wiersze 2. i 3.), $\frac{r_S^3}{T_S^2} \approx 7{,}2 \cdot 10^6 \ \frac{(\text{tys. km})^3}{\text{dni}^2}$ (wiersze 1. i 4.)