Zadanie 8. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. VIII.7) posługuje się pojęciami oporu wewnętrznego i siły elektromotorycznej jako cechami źródła napięcia; VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku; VIII.12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie, z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa); VIII.13) posługuje się pojęciem oporu zastępczego; oblicza opór zastępczy układu oporników połączonych szeregowo lub równolegle.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu wewnętrznego źródła oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $R_W \approx 1{,}67\ \Omega$

3 pkt – poprawna metoda obliczenia natężenia prądu I_2 **oraz** natężenia prądu I_1 **oraz** zapisanie równania II prawa Kirchhoffa dla dowolnego oczka z oporem wewnętrznym źródła, np. zapisy równoważne poniższym:

$I_1 = \frac{R_A}{R_2} I_A + I_A$ oraz

$(\mathcal{E} = I_1 R_1 + I_A R_A + I_1 R_W$ albo $\mathcal{E} = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_1 R_W)$

LUB

– poprawna metoda obliczenia natężenia prądu I_2 **oraz** natężenia prądu I_1 **oraz** zapisanie równania II prawa Kirchhoffa dla oczka z oporem wewnętrznym i zewnętrznym **oraz** poprawna metoda obliczenia oporu zastępczego źródła, np. zapisy równoważne poniższym:

$I_1 = \frac{R_A}{R_2} I_A + I_A$ oraz $\mathcal{E} = I_1 R_{zew} + I_1 R_W$ oraz $R_{zew} = R_1 + \frac{R_2 R_A}{R_2 + R_A}$

2 pkt – poprawna metoda obliczenia natężenia prądu I_2 **oraz** natężenia prądu I_1 (tzn. zapisanie i przekształcenie (bądź podstawienie wartości) równania II prawa Kirchhoffa dla oczka z opornikiem $\mathcal{R}_2$ i amperomierzem oraz zapisanie równania I prawa Kirchhoffa), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(I_2R_2 = I_AR_A \;\rightarrow\; I_2 = \frac{R_A}{R_2}I_A\right) \qquad \text{oraz} \qquad I_1 = I_2 + I_A$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia natężenia prądu I_2 **oraz** poprawna metoda wyznaczenia oporu zastępczego obwodu zewnętrznego (albo całkowitego), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(I_2R_2 = I_AR_A \;\rightarrow\; I_2 = \frac{R_A}{R_2}I_A\right) \qquad \text{oraz} \qquad R_{zew} = R_1 + \frac{R_2R_A}{R_2 + R_A}$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia natężenia prądu I_2 **oraz** zapisanie równania II prawa Kirchhoffa dla oczka z oporem wewnętrznym źródła, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_2 = \frac{R_A}{R_2}I_A \qquad \text{oraz} \qquad (\mathcal{E} = I_1R_1 + I_AR_A + I_1R_W \;\; \text{albo} \;\; \mathcal{E} = I_1R_{zew} + I_1R_W)$$

1 pkt – zapisanie jednego z równań wynikających z II prawa Kirchhoffa dla obwodu:

$$\mathcal{E} = I_1R_1 + I_AR_A + I_1R_W \;\; \text{albo} \;\; \mathcal{E} = I_1R_1 + I_2R_2 + I_1R_W \;\; \text{albo} \;\; I_2R_2 = I_AR_A$$

albo z oporem zastępczym

$$\mathcal{E} = I_1R_{zew} + I_1R_W$$

LUB

– zapisanie równania wynikającego z I prawa Kirchhoffa:

$$I_1 = I_2 + I_A$$

LUB

– poprawna metoda wyznaczenia oporu zastępczego obwodu zewnętrznego (albo całkowitego), np. zapisy równoważne poniższym:

$$R_{zew} = R_1 + \frac{R_2R_A}{R_2+R_A} \qquad \text{albo} \qquad R_{calk} = R_1 + \frac{R_2R_A}{R_2 + R_A} + R_W$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1.

Zapiszemy równania wynikające z I i II prawa Kirchhoffa dla obwodu elektrycznego przedstawionego w zadaniu:

$$\begin{cases} 1) \;\; I_2R_2 = I_AR_A \\ 2) \;\; I_1 = I_2 + I_A \\ 3) \;\; \mathcal{E} = I_1R_1 + I_AR_A + I_1R_W \end{cases}$$

gdzie I_1, I_2 oraz I_A oznaczają natężenia prądów przepływających przez – odpowiednio – oporniki $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ oraz amperomierz A. Z równania 1) wyznaczymy I_2:

$$4a)\quad I_2 = \frac{R_A}{R_2} I_A \qquad \rightarrow \qquad 4b)\quad I_2 = \frac{5\ \Omega}{10\ \Omega} \cdot 0{,}8\ \mathrm{A} = 0{,}4\ \mathrm{A}$$

Obliczymy I_1. Do równania 2) podstawimy wartość natężenia prądu podaną w zadaniu oraz otrzymaną w równaniu 4b):

$$5)\quad I_1 = 0{,}4\ \mathrm{A} + 0{,}8\ A = 1{,}2\ \mathrm{A}$$

Obliczymy R_w. W tym celu podstawimy do równania 3) wartości wielkości podanych w zadaniu oraz wartość otrzymaną w równaniu 5):

$$6a)\quad 24\ \mathrm{V} = 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot 15\ \Omega + 0{,}8\ \mathrm{A} \cdot 5\ \Omega + 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot R_W$$

$$6b)\quad 24\ \mathrm{V} = 18\ \mathrm{V} + 4\ \mathrm{V} + 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot R_W$$

$$6c)\quad R_W \approx 1{,}67\ \Omega$$

Sposób 2.

Obliczymy opór zastępczy obwodu zewnętrznego:

$$1)\quad R_{zew} = R_1 + \frac{R_2 R_A}{R_2 + R_A} \quad \rightarrow \quad R_{zew} = 15\ \Omega + \frac{10\ \Omega \cdot 5\ \Omega}{10\ \Omega + 5\ \Omega} = \frac{55}{3}\ \Omega \approx 18{,}3\ \Omega$$

Zapiszemy równania wynikające z I i II prawa Kirchhoffa dla obwodu elektrycznego przedstawionego w zadaniu:

$$\begin{cases} 2)\quad I_2 R_2 = I_A R_A \\ 3)\quad I_1 = I_2 + I_A \\ 4)\quad \mathcal{E} = I_1 R_{zew} + I_1 R_W \end{cases}$$

gdzie I_1, I_2 oraz I_A oznaczają natężenia prądów przepływających przez – odpowiednio – oporniki $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ oraz amperomierz A. Z równania 2) wyznaczymy I_2:

$$5a)\quad I_2 = \frac{R_A}{R_2} I_A \qquad \rightarrow \qquad 5b)\quad I_2 = \frac{5\ \Omega}{10\ \Omega} \cdot 0{,}8\ \mathrm{A} = 0{,}4\ \mathrm{A}$$

Obliczymy I_1. Do równania 3) podstawimy wartość natężenia prądu podaną w zadaniu oraz otrzymaną w równaniu 5b):

$$6)\quad I_1 = 0{,}4\ \mathrm{A} + 0{,}8\ A = 1{,}2\ \mathrm{A}$$

Obliczymy R_w. W tym celu podstawimy do równania 4) wartości wielkości podanych w zadaniu oraz wartości otrzymane w równaniach 6) i 1):

$$7a)\quad 24\ \mathrm{V} = 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot \frac{55}{3}\ \Omega + 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot R_W$$

$$7b)\quad 24\ \mathrm{V} = 22\ \mathrm{V} + 1{,}2\ \mathrm{A} \cdot R_W$$

$$7c)\quad R_W \approx 1{,}67\ \Omega$$