## Zadanie 9.1. (0–1)

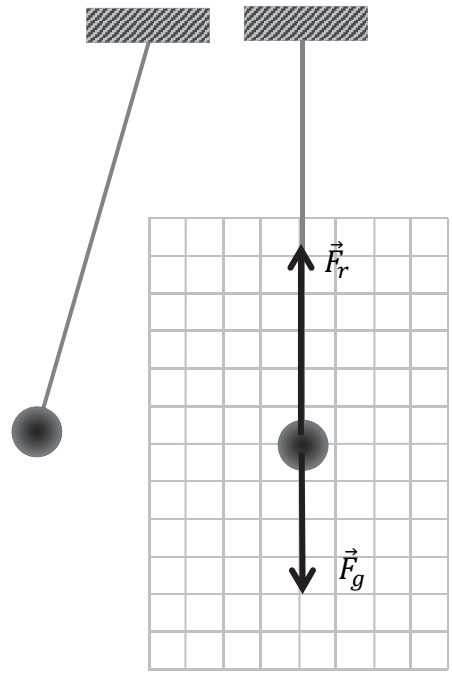
| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>1.2) (P) wskazuje przykłady sił pełniących rolę siły dośrodkowej,<br>1.1) wykonuje działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe),<br>1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona. |

**Schemat punktowania**

1 p. – prawidłowe narysowanie wektorów sił wraz z ich oznaczeniami oraz prawidłowe zapisanie relacji pomiędzy wartościami sił.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Rysunek 1. Rysunek 2.




**Poprawne rozwiązanie**

(Rysunek obok).

$$F_r > F_g$$

## Zadanie 9.2. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający: 6.3) oblicza okres drgań […] wahadła matematycznego. |

**Schemat punktowania**

2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia czasu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką zawarty w przedziale czasu od $t = 1{,}2$ s do $t = 1{,}3$ s.

1 p. – prawidłowa metoda pozwalająca wyznaczyć czas, po jakim kula dotrze od najwyższego do najniższego punktu toru
*lub*
– prawidłowe obliczenie okresu drgań wahadła
*lub*
– oszacowanie czasu bez powołania się na odpowiednie zależności.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązania**

Sposób 1.

Oszacujemy okres wahań, przyjmując układ za wahadło matematyczne.

Za długość wahadła przyjmiemy odległość od nieruchomego końca liny do środka masy kuli:

$$l = d + r = 6\,\text{m} + 0{,}4\,\text{m} = 6{,}4\,\text{m}$$

Zastosujemy wzór na okres wahadła matematycznego o długości *l*:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{\frac{6{,}4\,\text{m}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 5{,}07\,\text{s} \approx 5{,}1\,\text{s}$$

Czas, po jakim kula dotrze od najwyższego do najniższego punktu toru, wynosi ćwierć okresu:

$$t = \frac{T}{4} = 1{,}27\,\text{s} \approx 1{,}3\,\text{s}$$

*Uwaga! Za długość wahadła l można było przyjąć wartość od l =d do l = d+2r. Zdający nie musi uwzględniać poprawek wynikających z modelu wahadła fizycznego. Skrajne wyniki wychodzą wtedy odpowiednio:* $T = 4{,}91\,\text{s} \approx 4{,}9\,\text{s}$ oraz $t = 1{,}23\,\text{s} \approx 1{,}2\,\text{s}$; $T = 5{,}23\,\text{s} \approx 5{,}2\,\text{s}$ oraz $t = 1{,}31\,\text{s} \approx 1{,}3\,\text{s}$.

Sposób 2.

*Poniżej przykładowe rozwiązanie – dla tych zdających, którzy do rozwiązania mogli użyć metod wykraczających poza podstawę programową – z wykorzystaniem modelu wahadła fizycznego zamiast matematycznego.* Zapiszemy wzór na okres wahadła fizycznego:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_z}{(m+M)\cdot g \cdot l_{SM}}}$$

gdzie $I_z$ jest momentem bezwładności układu lina – kula względem punktu zaczepienia, $m$ jest masą kuli, $M$ jest masą liny, $l_{SM}$ jest odległością od punktu zaczepienia liny do środka masy układu lina – kula. Skorzystamy dalej ze wzoru na środek masy oraz wzoru Steinera i addytywności momentów bezwładności:

$$I_z = \frac{2}{5}mr^2 + m(r+d)^2 + \frac{1}{3}Md^2, \qquad l_{SM} = \frac{(d+r)m + \frac{1}{2}Md}{m+M}$$

Po podstawieniu otrzymujemy:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}mr^2 + m(r+d)^2 + \frac{1}{3}Md^2}{g\cdot(d+r)m + \frac{1}{2}gMd}}$$

Zgodnie z poleceniem pominiemy masę liny $M$:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}mr^2 + m(r+d)^2}{g\cdot(d+r)m}} = \cdots = 2\pi\sqrt{\frac{d+r}{g}}\cdot\sqrt{\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{r}{r+d}\right)^2 + 1}$$

Po podstawieniu danych z zadania otrzymujemy:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d+r}{g}}\cdot\sqrt{\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{r}{r+d}\right)^2 + 1} \approx 2\pi\sqrt{\frac{d+r}{g}}\cdot 1{,}0008 \approx 5{,}08\,\text{s} \approx 5{,}1\,\text{s}$$

Czas, po jakim kula dotrze od najwyższego do najniższego punktu toru ruchu, wynosi ćwierć okresu:

$$t = \frac{T}{4} = 1{,}27\,\text{s} \approx 1{,}3\,\text{s}$$

**Zadanie 9.3. (0–1)**

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>8.2) (G) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla wyniku doświadczenia,<br>12.7) krytycznie analizuje realność otrzymanego wyniku,<br>13.2) przeprowadza badania […] polegające na opisie i analizie wyników [pomiarów] dotyczących: […] ruchu wahadła. |

**Schemat punktowania**
1 p. – zapisanie dwóch prawidłowych warunków.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.
*Aby otrzymać punkt, to wszystkie zapisane warunki, niezależnie od ich liczby, muszą być prawidłowe.*

**Poprawna odpowiedź**
Zapisanie dwóch spośród poniżej wymienionych założeń modelu wahadła matematycznego:
– ciało zawieszone na linie musi mieć bardzo małe rozmiary w stosunku do długości liny (idealnie, gdy jest ono punktem materialnym),
– lina, na której zawieszone jest ciało, musi mieć masę dużo mniejszą od masy ciała (idealnie, gdy lina jest nieważka),
– stosunek sił oporów powietrza działających na ciało do ciężaru ciała musi być dużo mniejszy od jedności (idealnie, gdy wahadło znajduje się w próżni),
– kąt maksymalnego wychylenia liny musi być bardzo mały,
– lina nie może być rozciągliwa,
– działanie tylko dwóch sił: reakcji liny oraz grawitacji.