Zadanie 9. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. VII.6) analizuje pracę jako zmianę energii potencjalnej podczas przemieszczenia ładunku w polu elektrycznym. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu prędkości elektronu i prędkości światła **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

2 pkt – zapisanie równania, w którym uwzględniono wyrażenie na energię całkowitą jako sumę energii spoczynkowej i energii kinetycznej **oraz** uwzględniono związek między energią całkowitą a energią spoczynkową i prędkością **oraz** zapisanie związku między energią kinetyczną, jaką uzyskał elektron w polu elektrycznym a pracą siły elektrycznej z uwzględnieniem wzoru na pracę siły elektrycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0 \qquad \text{oraz} \qquad E_{kin} = eU$$

1 pkt – zapisanie wyrażenia na energię całkowitą jako sumę energii kinetycznej i energii spoczynkowej **oraz** zapisanie (lub uwzględnienie) związku między energią całkowitą elektronu a jego energią spoczynkową i prędkością, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$E = E_{kin} + E_0$ oraz $E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

LUB

– zapisanie wyrażenia na energię całkowitą jako sumę energii kinetycznej i energii spoczynkowej **oraz** zapisanie związku między energią kinetyczną, jaką uzyskał elektron w polu elektrycznym a pracą siły elektrycznej działającej na ten elektron **oraz** uwzględnienie wzoru na pracę siły elektrycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$E = E_{kin} + E_0$ oraz $E_{kin} = eU$

LUB

– zapisanie wartości energii kinetycznej elektronu podanej w elektronowoltach, bez konieczności zapisania obliczeń:

$E_{kin} = 6{,}00 \cdot 10^5$ eV

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy związek między zmianą energii kinetycznej elektronu w polu elektrycznym a pracą siły elektrycznej działającej na ten elektron:

$$1)\quad \Delta E_{kin} = W_E \quad \rightarrow \quad 2)\quad E_{kin} - 0 = eU$$

Obliczymy energie kinetyczną elektronu i porównamy ją do energii spoczynkowej elektronu, żeby zweryfikować, czy należy używać wzorów relatywistycznych, czy też można używać wzorów klasycznych:

$$3)\quad E_{kin} = e \cdot 6{,}00 \cdot 10^5 \text{ V} = 6{,}00 \cdot 10^5 \text{ eV}$$

Ponieważ

$$4)\quad \frac{E_{kin}}{E_0} = \frac{6{,}00 \cdot 10^5 \text{ eV}}{5{,}11 \cdot 10^5 \text{ eV}} \approx 1{,}17$$

to należy używać wzorów relatywistycznych. Zapiszemy związek między energią całkowitą elektronu a energią spoczynkową i energią kinetyczną:

$$5)\quad E = E_{kin} + E_0$$

W równaniu 5) wykorzystamy związek między energią całkowitą elektronu a energią spoczynkową i prędkością elektronu:

$$6)\quad \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0$$

Przekształcimy równanie 6) i wyznaczymy stosunek $\frac{v}{c}$:

$$6)\quad \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{E_{kin} + E_0}{E_0} \quad \rightarrow \quad \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{E_0}{E_{kin} + E_0} \quad \rightarrow$$

$$1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{E_0}{E_{kin} + E_0}\right)^2 \qquad \rightarrow \qquad 7) \quad \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E_{kin} + E_0}\right)^2}$$

$$8) \quad \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{5{,}11 \cdot 10^5 \text{ eV}}{6{,}00 \cdot 10^5 \text{ eV} + 5{,}11 \cdot 10^5 \text{ eV}}\right)^2} = 0{,}8879468 \ldots \approx 0{,}89$$