Zadanie 9. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.6) tworzy […] rysunki schematyczne […] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; […]; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. X.6) stosuje prawo […] załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; […].

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek SNELLIUS_AC

Zapisanie równania wynikającego z prawa (Snelliusa) załamania światła na ścianie AC, z uwzględnieniem wprowadzonych w rozwiązaniu oznaczeń miar kątów padania, załamania i współczynnika załamania światła w szkle, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{sz}$$

gdzie α i β to odpowiednio kąty padania (w próżni) i załamania (w szkle) na ścianie AC.

Warunek SNELLIUS_BC

Zapisanie równania wynikającego z prawa (Snelliusa) załamania światła na ścianie BC, z uwzględnieniem wprowadzonych w rozwiązaniu oznaczeń miar kątów padania, załamania i współczynnika załamania światła w szkle, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = n_{sz}$$

gdzie γ i δ to odpowiednio kąty padania (w szkle) i załamania (w próżni) na ścianie BC.

Warunek SINUS_ALFA

Poprawna metoda obliczenia $\sin\alpha$ (gdzie α to kąt padania na ścianę AC) z wykorzystaniem siatki wymiarowej i punktów kratowych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{4^2+8^2}}$$

Warunek SINUS_BETA

Poprawna metoda obliczenia $\sin\beta$ (gdzie β to kąt załamania na ścianie AC) z wykorzystaniem siatki wymiarowej i punktów kratowych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\sin\beta = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 8^2}}$$

Warunek SINUS_GAMMA

Poprawna metoda obliczenia $\sin\gamma$ (gdzie γ to kąt padania na ścianę BC) z wykorzystaniem siatki wymiarowej i punktów kratowych (tutaj odmierzoną jednostką może być także przekątna kratki), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\sin\gamma = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 5^2}}$$ (gdy jednostką jest długość przekątnej kratki)

$$\sin\gamma = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2}}$$ (gdy jednostką jest długość boku kratki)

Warunek SUMA_KĄTÓW

Zapisanie/wykorzystanie warunku na kąt łamiący pryzmatu (γ to kąt padania na ścianę BC):

$$45° = \beta + \gamma$$

Warunek WSPÓŁCZYNNIK_ZALAMANIA

Spełnienie warunków: **SNELLIUS_AC oraz SINUS_ALFA oraz SINUS_BETA oraz** podanie prawidłowej wartości współczynnika załamania, np. zapisy równoważne poniższym:

$$n_{sz} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{17}}} \approx 1{,}84$$

Warunek BETA

Spełnienie warunku **SINUS_BETA oraz** wyznaczenie i podanie prawidłowej wartości kąta β:

$$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \beta \approx 14{,}0°$$

Warunek GAMMA

Spełnienie warunku **BETA oraz SUMA_KĄTÓW oraz** wyznaczenie i podanie prawidłowej wartości kąta γ:

$$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \beta \approx 14{,}0° \quad \text{oraz} \quad \gamma = 45° - 14° = 31°$$

Warunek RÓWNANIE

Zapisanie równania wynikającego z prawa załamania na ścianach AC i BC:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\delta}{\sin\gamma}$$

Schemat punktowania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta załamania promienia świetlnego w próżni po wyjściu z pryzmatu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego w jednostkach miary kąta: $\delta \approx 71{,}6°$ lub $\delta \approx 71°$ lub $\delta \approx 72°$

3 pkt – spełnienie warunków:
(**WSPÓŁCZYNNIK_ZALAMANIA oraz SNELLIUS_BC oraz BETA oraz SUMA_KĄTÓW**)
LUB
– spełnienie warunków:
(**RÓWNANIE oraz SINUS_ALFA oraz SINUS_BETA oraz SINUS_GAMMA**)

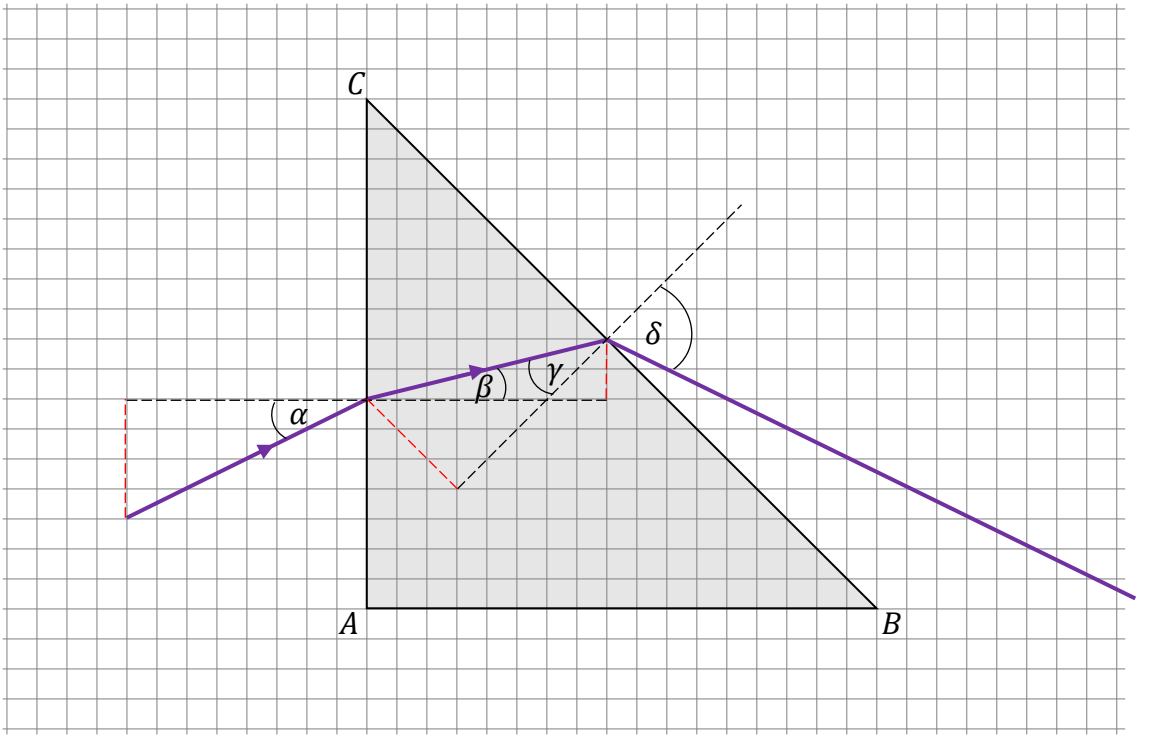
2 pkt – spełnienie warunków (**SNELLIUS_AC oraz SINUS_ALFA oraz SINUS_BETA)**
LUB
– spełnienie warunków (**SNELLIUS_AC oraz SNELLIUS_BC oraz SUMA_KĄTÓW**)
LUB
– spełnienie warunku **RÓWNANIE**
LUB
– spełnienie warunków (**SNELLIUS_AC oraz BETA**)
LUB
– spełnienie warunku **GAMMA**

1 pkt – spełnienie warunku (**SNELLIUS_AC albo SNELLIUS_BC)**
LUB
– spełnienie warunku (**SINUS_ALFA albo SINUS_BETA albo SINUS_GAMMA**)
LUB
– spełnienie warunku **SUMA_KĄTÓW**

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wprowadzimy na rysunku oznaczenia kątów padania i kątów załamania na ścianie AC oraz na ścianie BC.



Sposób 1.

Zapiszemy równania wynikające z prawa (Snelliusa) załamania światła na ścianie AC oraz na ścianie BC:

$$1a)\quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{sz} \qquad \text{oraz} \qquad 1b)\quad \frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = n_{sz}$$

Z równań 1a) i 1b) wynikają równania 2a) i 2b) poniżej:

$$2a)\quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\delta}{\sin\gamma} \qquad \rightarrow \qquad 2b)\quad \sin\delta = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cdot\sin\gamma$$

Sinusy kątów α i β wyznaczymy z geometrii rysunku. Skorzystamy ze wskazówki: końce odcinków przedstawiających fragment promienia w próżni i promień w pryzmacie znajdują się w punktach kratowych siatki wymiarowej. Zatem:

$$3)\quad \sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{4^2+8^2}} = \frac{4}{\sqrt{80}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$4)\quad \sin\beta = \frac{2}{\sqrt{2^2+8^2}} = \frac{2}{\sqrt{68}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$5)\quad \sin\gamma = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{(3\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}} = \frac{3}{\sqrt{3^2+5^2}} = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

Wartości sinusów otrzymane w równaniach 3), 4) i 5) podstawimy do wzoru 2b):

$$6)\quad \sin\delta = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{17}}}\cdot\frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{5}}\cdot\frac{3}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{17}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \approx 0{,}949$$

Na podstawie wartości sinusa kąta δ obliczymy miarę kąta δ:

$$7)\quad \sin\delta \approx 0{,}949 \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \delta \approx 71{,}6°$$

Sposób 2.

Wyznaczymy współczynnik załamania światła dla szkła pryzmatu. Skorzystamy z prawa (Snelliusa) załamania światła (na ścianie AC):

$$1)\quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{sz}$$

Sinusy kątów α i β wyznaczymy z geometrii rysunku. Skorzystamy ze wskazówki: końce odcinków przedstawiających fragment promienia w próżni i promień w pryzmacie znajdują się w punktach kratowych siatki wymiarowej. Zatem:

$$2)\quad \sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{4^2+8^2}} = \frac{4}{\sqrt{80}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \approx 0{,}4472$$

$$3)\quad \sin\beta = \frac{2}{\sqrt{2^2+8^2}} = \frac{2}{\sqrt{68}} = \frac{1}{\sqrt{17}} \approx 0{,}2425$$

Wartości sinusów otrzymane w równaniach 2) i 3) podstawimy do wzoru 1):

$$4)\quad n_{sz} = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{17}}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{5}} \approx 1{,}844$$

Na podstawie wartości sinusa kąta β z równania 3) obliczymy miarę kąta β:

$$5)\quad \sin\beta \approx 0{,}2425 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \quad \beta \approx 14{,}0°$$

Na podstawie wskazówki pod poleceniem obliczymy miarę kąta γ:

$$6a)\ |\angle BCA| = \beta + \gamma \quad \rightarrow \quad 6b)\ 45° = 14° + \gamma \quad \rightarrow \quad 6c)\ \gamma = 31°$$

Miarę kąta załamania na ścianie BC (miarę kąta δ) obliczymy z prawa załamania światła Snelliusa (dla ściany BC):

$$7a)\quad \frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = n_{sz}$$

Wykorzystamy wartości otrzymane w równaniach 4) oraz 6c):

$$7b)\quad \frac{\sin\delta}{\sin 31°} = 1{,}844 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \quad \sin\delta \approx 0{,}949$$

Na podstawie wartości sinusa kąta δ obliczymy miarę kąta δ:

$$8)\quad \sin\delta \approx 0{,}949 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \quad \delta \approx 71{,}6°$$