Zadanie 9.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. IX.10) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej […]; IX.11) oblicza siłę elektromotoryczną indukcji jako szybkość zmiany strumienia.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C2

Zadanie 9.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.7) wyodrębnia z tekstów […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. IX.9) oblicza strumień pola magnetycznego przez powierzchnię […]; IX.10) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej […]; IX.11) oblicza siłę elektromotoryczną indukcji jako szybkość zmiany strumienia.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1. lub sposobem 2.)
3 pkt – poprawna metoda obliczenia średniej wartości siły elektromotorycznej indukcji **oraz** podanie prawidłowej wartości liczbowej z jednostką: $\mathcal{E}_2 \approx 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$
2 pkt – (sposób 1.) zastosowanie wzoru na siłę elektromotoryczną indukcji (SEM) dla prądnicy/ramki z prądem **oraz** poprawne obliczenie wartości SEM dla skrajnego kąta bez żadnego komentarza dotyczącego średniej wartości SEM, np. zapisy równoważne poniższym:

$\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 43^\circ = \dots \approx 0{,}136\ \mathrm{V}$ albo $\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 45^\circ = \dots \approx 0{,}141\ \mathrm{V}$

LUB

– (sposób 1.) zastosowanie wzoru na siłę elektromotoryczną indukcji (SEM) dla prądnicy/ramki z prądem **oraz** podstawienie do wzoru pośredniej wartości kąta albo dwóch wartości skrajnych:

$\left(\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 44^\circ\right.$ albo $\left.\left(\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 43^\circ \text{ oraz } \mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 45^\circ\right)\right)$

LUB

– (sposób 2.) zastosowanie prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya **oraz** zapisanie zmiany strumienia jako różnicy strumieni przenikających ramkę w dwóch położeniach, **oraz** uwzględnienie/zapisanie wzoru na strumień, **oraz** uwzględnienie/zapisanie związku między zmianą kąta a czasem i prędkością kątową, np. zapisy równoważne poniższym:

$|\mathcal{E}_2| = \dfrac{|BS\cos 45^\circ - BS\cos 43^\circ|}{\Delta t}$ oraz $\Delta\alpha = \omega\Delta t$

1 pkt – (sposób 1.) zastosowanie wzoru na siłę elektromotoryczną indukcji (SEM) dla prądnicy/ramki z prądem, tzn. zapisanie wzoru z poprawną identyfikacją/uwzględnieniem (poprzez oznaczenie symbolami lub podstawienie wartości liczbowych) wielkości B, S, ω i miary kąta $\alpha = \angle(\vec{S}, \vec{B})$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 43°$ albo $\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 45°$

LUB

– (sposób 2.) zastosowanie prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya, tzn. zapisanie wzoru na siłę elektromotoryczną indukcji, **oraz** zapisanie zmiany strumienia jako różnicy strumieni przenikających ramkę w dwóch położeniach, **oraz** uwzględnienie wzoru na strumień, np. zapisy równoważne poniższym:

$|\mathcal{E}_2| = \frac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{\Delta t}$ oraz $\Phi_2 = BS\cos 45°$ oraz $\Phi_1 = BS\cos 43°$

– (sposób 2.) zastosowanie prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya, tzn. zapisanie wzoru na siłę elektromotoryczną indukcji, **oraz** zapisanie zmiany strumienia jako różnicy strumieni przenikających ramkę w dwóch położeniach, **oraz** zapisanie związku między zmianą kąta a czasem i prędkością kątową, np. zapisy równoważne poniższym:

$|\mathcal{E}_2| = \frac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{\Delta t}$ oraz $\Delta\alpha = \omega\Delta t$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Skorzystamy ze wzoru na wartość siły elektromotorycznej dla ramki obracającej się w polu magnetycznym:

$$\mathcal{E} = BS\omega \sin\alpha(t) \quad \text{oraz} \quad \alpha(t) = \angle(\vec{S}, \vec{B}) = \omega t + \phi_0$$

gdzie $\vec{S}$ jest wektorem prostopadłym do powierzchni ramki, a ϕ_0 jest kątem w położeniu początkowym ramki (w chwili $t = 0$). W naszym przypadku mamy $\phi_0 = 0$. Ponadto zakładamy, że gdy ramka obracała się o mały kąt od $\alpha = 43°$ do $\alpha = 45°$, to wartość siły elektromotorycznej zmieniała się w bardzo małym przedziale.

Sposób A. kontynuacji rozwiązania sposobem 1.

Dobre przybliżenie siły elektromotorycznej z małego przedziału $\alpha \in [43°;\ 45°]$ zmienności kąta uzyskamy dla kąta pośredniego, czyli dla $\alpha = 44°$. Zatem:

$$\mathcal{E}_2 = 10^{-3}\ \mathrm{T} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot 20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 44°$$

$$\mathcal{E}_2 = 20 \cdot 10^{-5} \cdot\ 0{,}695\ \frac{\mathrm{N \cdot s \cdot m^2}}{\mathrm{C \cdot m \cdot s}} \approx 0{,}139 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V} \approx 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$$

Sposób B. kontynuacji rozwiązania sposobem 1.

Obliczymy wartości siły elektromotorycznej na krańcach przedziału $\alpha \in [43°;\ 45°]$ zmienności kąta:

$$\mathcal{E}_2(43°) = 10^{-3}\ \mathrm{T} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot 20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 43° \approx 0{,}136\ \mathrm{V} \approx 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$$

$$\mathcal{E}_2(45°) = 10^{-3}\ \mathrm{T} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot 20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 45° \approx 0{,}141\ \mathrm{V} \approx 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$$

Zauważamy, że wartość siły elektromotorycznej w przedziale zmienności kąta od $\alpha = 43°$ do $\alpha = 45°$ możemy w przybliżeniu – po zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących – uznać za równą $\mathcal{E}_2 = 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$.

Sposób 2.

Skorzystamy bezpośrednio z prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

W powyższym wzorze $\Delta\Phi$ jest zmianą strumienia Φ indukcji magnetycznej:

$$\Phi = BS\cos\alpha(t) \qquad \text{oraz} \qquad \alpha(t) = \angle\left(\vec{S}, \vec{B}\right) = \omega t + \phi_0$$

gdzie $\vec{S}$ jest wektorem prostopadłym do powierzchni ramki, a ϕ_0 jest kątem w położeniu początkowym ramki (w chwili $t = 0$). W naszym przypadku mamy $\phi_0 = 0$.

Zatem:

$$1)\quad |\mathcal{E}_2| = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{\Delta t} \qquad \text{oraz} \qquad \Phi_i = BS\cos\alpha_i = BS\cos\omega t_i$$

Obliczymy wartości strumieni indukcji magnetycznej dla krańców przedziału $\alpha \in [43°;\ 45°]$ zmienności kąta:

$$2)\quad \Phi_1 = BS\cos\alpha_1 = 10^{-3}\ \mathrm{T} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot \cos 43° \approx 0{,}731 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{V} \cdot \mathrm{s}$$

$$3)\quad \Phi_2 = BS\cos\alpha_2 = 10^{-3}\ \mathrm{T} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot \cos 45° \approx 0{,}707 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{V} \cdot \mathrm{s}$$

Obliczymy interwał czasu Δt dla zmienności kąta $\Delta\alpha$. Skorzystamy ze wzoru dla ruchu obrotowego jednostajnego:

$$4\mathrm{a})\ \Delta\alpha = \omega\Delta t \quad \rightarrow \quad 4\mathrm{b})\ \Delta t = \frac{\Delta\alpha}{\omega}$$

$$5)\ \Delta t = \frac{45° - 43°}{20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} = \frac{2°}{20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} = \frac{2° \cdot \frac{\pi\ \mathrm{rad}}{180°}}{20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} \approx \frac{2° \cdot \frac{3{,}1416}{180°}}{20}\ \mathrm{s} \approx 1{,}745 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}$$

Wyniki z 5), 2) i 3) podstawimy do wzoru 1):

$$6)\quad |\mathcal{E}_2| = \frac{|0{,}707 - 0{,}731| \cdot 10^{-5}\ \mathrm{V} \cdot \mathrm{s}}{1{,}745 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}} \approx 0{,}0138 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{V} \approx 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$$