

#### Zadanie 4.

Bryła sztywna  $\mathcal{B}$  składa się z cienkiej obręczy o masie  $M$  i o promieniu  $R$  oraz z dwóch jednakowych, cienkich prętów: każdy o długości  $l_{\text{pręt}} = 2R$  i o masie  $m_{\text{pręt}} = \frac{M}{2}$  (zobacz rysunek poniżej).

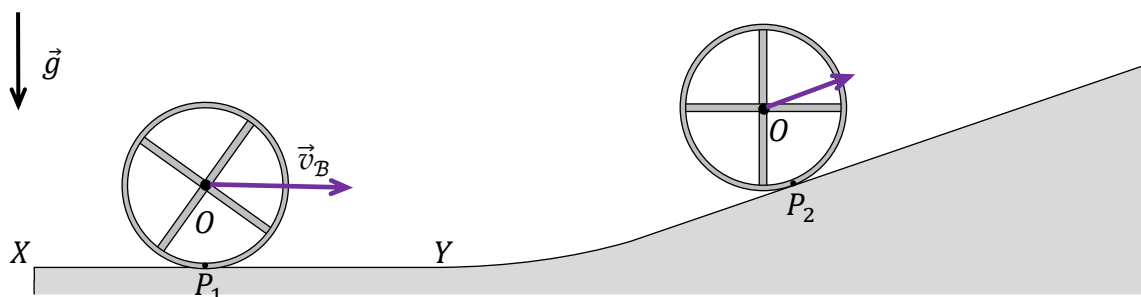
Początkowo bryła  $\mathcal{B}$  toczy się po poziomym odcinku  $XY$  drogi tak, że prędkość środka masy  $O$  bryły jest stała, a jej wartość jest równa  $v_B = 1,4 \text{ m/s}$ .

Od punktu  $Y$  bryła  $\mathcal{B}$  zaczyna wtaczać się na odcinek drogi nachylony do poziomu, a wartość prędkości środka masy  $O$  bryły zaczyna maleć.

Przyjmij, że:

- bryła toczy się cały czas bez poślizgu
- obręcz i pręty są jednorodne
- punkty  $P_1$  i  $P_2$  na rysunku to punkty bryły, które w danej chwili stykają się z podłożem
- poziomy odcinek drogi  $XY$  łączy się łukiem z odcinkiem równi pochyłej (zobacz rysunek)
- przyspieszenie ziemskie ma wartość  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$
- opory powietrza nie występują.

Na poniższym rysunku przedstawiono położenia bryły w dwóch wybranych chwilach ruchu.



W tabeli poniżej podano wzory na momenty bezwładności niektórych brył względem opisanych osi obrotu.

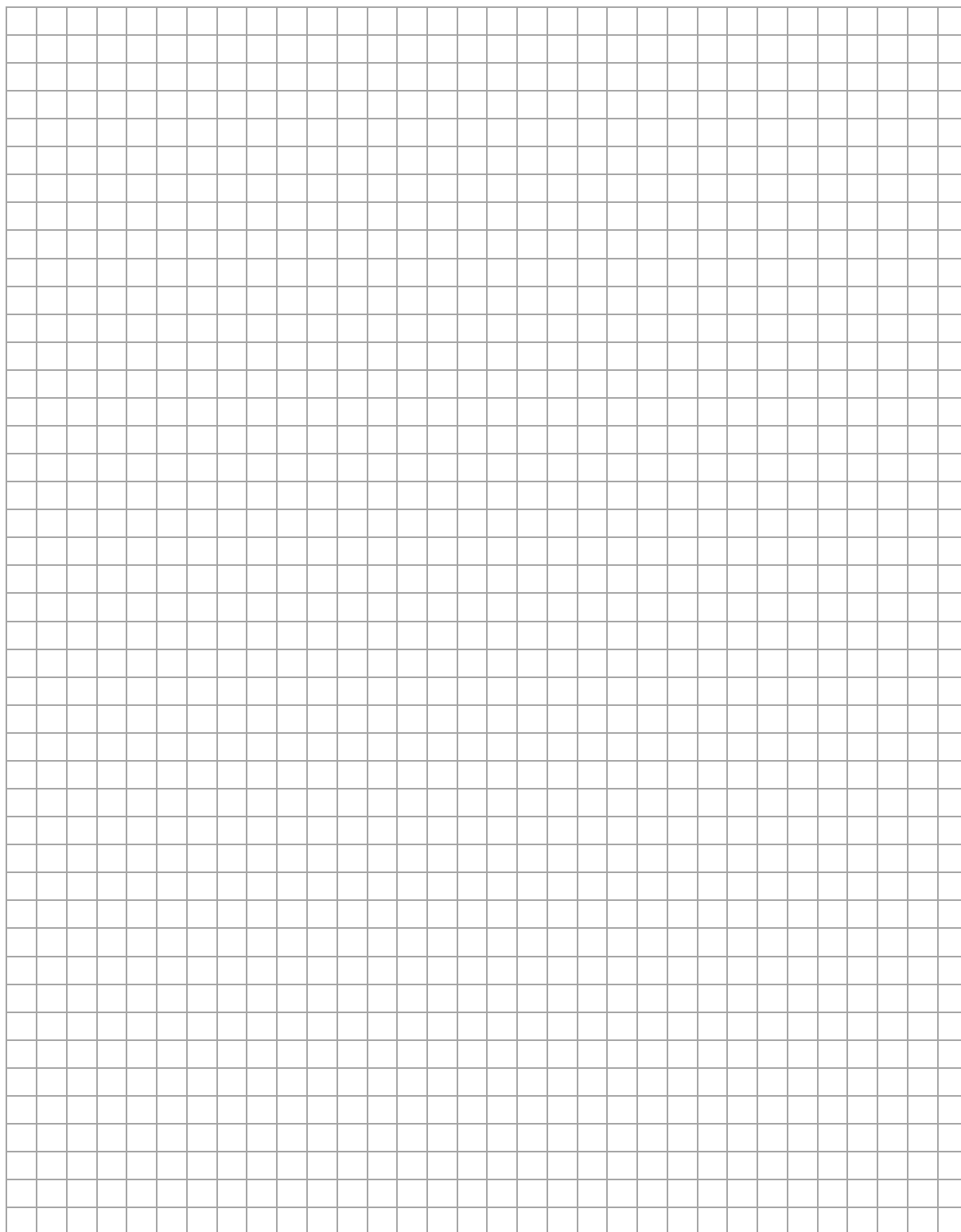
| Bryła                                                         | Oś                                                                                                       | Moment bezwładności                                                   |
|---------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| Pręt o długości $l_{\text{pręt}}$ i o masie $m_{\text{pręt}}$ | Oś prostopadła do pręta, przechodząca przez jego środek                                                  | $I_{0 \text{ pręt}} = \frac{1}{12} m_{\text{pręt}} l_{\text{pręt}}^2$ |
| Obręcz o promieniu $R$ i o masie $M$                          | Oś prostopadła do płaszczyzny obręczy, przechodząca przez jej środek                                     | $I_{0 \text{ obręcz}} = MR^2$                                         |
| Bryła $\mathcal{B}$ (złożona z obręczy i prętów)              | Oś prostopadła do bryły (czyli do płaszczyzny obręczy), przechodząca przez jej środek masy $O$ (oś $O$ ) | $I_{0 \mathcal{B}} = \frac{4}{3} MR^2$                                |



**Zadanie 4.4. (0-2)**

Wyprowadź wzór na moment bezwładności bryły  $\mathcal{B}$  względem osi  $O$  – wzór, który jest podany w tabeli (strona 10).

Zapisz odpowiednie zależności i przekształcenia, które prowadzą do uzyskania wzoru na moment bezwładności bryły  $\mathcal{B}$  względem osi  $O$ .



**Zadanie 4.5. (0–3)**

Oblicz  $\Delta h_{max}$  – maksymalną wysokość, na jaką wzniósł się środek masy bryły  $\mathcal{B}$  względem swojego początkowego położenia. Zapisz obliczenia.

4.5.

0–1–  
2–3