

*Rozwiązanie zadań należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.*

### **Zadanie 1. Wahadło Foucaulta (12 pkt)**

Wahadło Foucaulta to wahadło, które ma możliwość drgań w dowolnej płaszczyźnie pionowej. Nazwa wahadła upamiętnia jego wynalazcę, Jeana Bernarda Léona Foucaulta, który 8 stycznia 1851 roku zawiesił ciężarek o masie 28 kilogramów na linie o długości 67 m w Panteonie w Paryżu. Obserwując poruszające się wahadło, zauważył, że płaszczyzna drgań wahadła obracała się względem osi prostopadłej do powierzchni Ziemi.

Dokładna analiza zjawiska pozwala na wyrażenie wartości prędkości kątowej, z jaką obraca się płaszczyzna drgań wzorem (1):

gdzie:

$\omega_{obr}$  – wartość prędkości kątowej obrotu płaszczyzny drgań wahadła.

$$\omega_{obr} = \omega_Z \left( 1 - \frac{3}{8} \left( \frac{A}{l} \right)^2 \right) \sin \varphi$$

$\omega_Z$  – wartość prędkości kątowej obrotu Ziemi ( $\omega_Z = 15^\circ/\text{h}$ ),

$A$  – amplituda drgań wahadła,

$l$  – długość wahadła,

$\varphi$  – szerokość geograficzna, na której umieszczono wahadło.

Gdy amplituda drgań jest znacznie mniejsza od długości wahadła wzór ten przyjmuje postać (2):

$$\omega_{obr} = \omega_7 \sin \varphi.$$

Aby zaobserwować zmianę płaszczyzny drgań, wymagany jest długi czas drgań (co najmniej kilka godzin). Wskazana jest również duża masa ciężarka. Wahadło działające na University of Colorado w USA ma długość 40 m i masę ciężarka 300 kg.

|                              |                        |                              |                              |                              |                        |
|------------------------------|------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------|
| $\sin 15^\circ \approx 0,26$ | $\sin 30^\circ = 0,50$ | $\sin 45^\circ \approx 0,71$ | $\sin 60^\circ \approx 0,87$ | $\sin 75^\circ \approx 0,97$ | $\sin 90^\circ = 1,00$ |
|------------------------------|------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------|

### Zadanie 1.1 (2 pkt)

Oblicz okres drgań wahadła zbudowanego przez Foucaulta, stosując przybliżenie wahadła matematycznego.

Przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego równą  $10 \text{ m/s}^2$ .

[illegible]

**Zadanie 1.2 (3 pkt)**

Oszacuj względną różnicę ( $\Delta\omega/\omega$ ), jaką uzyskamy, obliczając wartość prędkości kątowej dla wahadła zbudowanego przez Foucaulta z uproszczonej zależności (2) zamiast z zależności (1).

Przyjmij, że amplituda drgań wahadła jest stała i wynosi 4 m.

[illegible]

Przyjmij, że amplituda drgań wahadła jest znacznie mniejsza od długości wahadła, oraz, że okres obrotu Ziemi wokół własnej osi wynosi 24 h.

[illegible]

|                                      |       |       |       |       |       |       |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Szerokość geograficzna ( $\varphi$ ) | 15°   | 30°   | 45°   | 60°   | 75°   | 90°   |
| Okres obrotu ( $T_{obr}$ )           | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wyjaśnij, dlaczego dla długotrwałego działania wahadła konieczna jest duża długość wahadła i duża masa ciężarka.

[illegible]